TE140 TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Capítulo VI
CÁLCULO PRÁTICO DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO

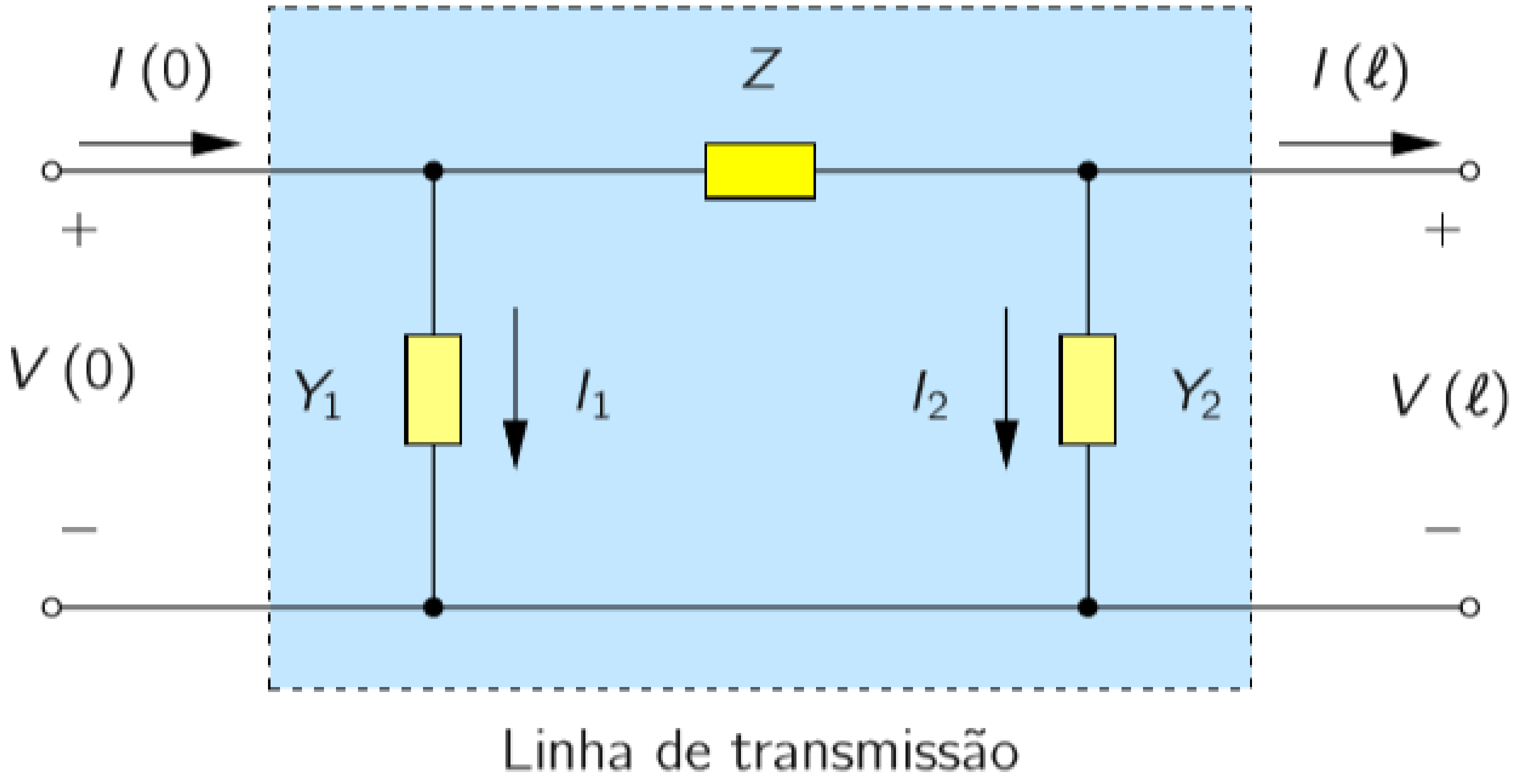
PhD. Eng. Clodomiro Unsihuay Vila
Federal University of Paraná, Curitiba- Brazil

Introdução

- Em geral tem-se interesse somente nas grandezas nos extremos da linha
- A Ideia: obter um circuito com parâmetros concentrados que seja equivalente ao modelo de uma linha longa descrito pelas equações de onda → simplifica os cálculos
- Veremos, a seguir, que o modelo de linhas longas é o mais preciso, e portanto, pode ser utilizado para linhas curtas e Modelos de Linhas de Transmissão preciso, e portanto, pode ser utilizado para linhas curtas e médias.

Circuito equivalente com parâmetros concentrados

- O circuito π equivalente de uma linha de comprimento ℓ é:

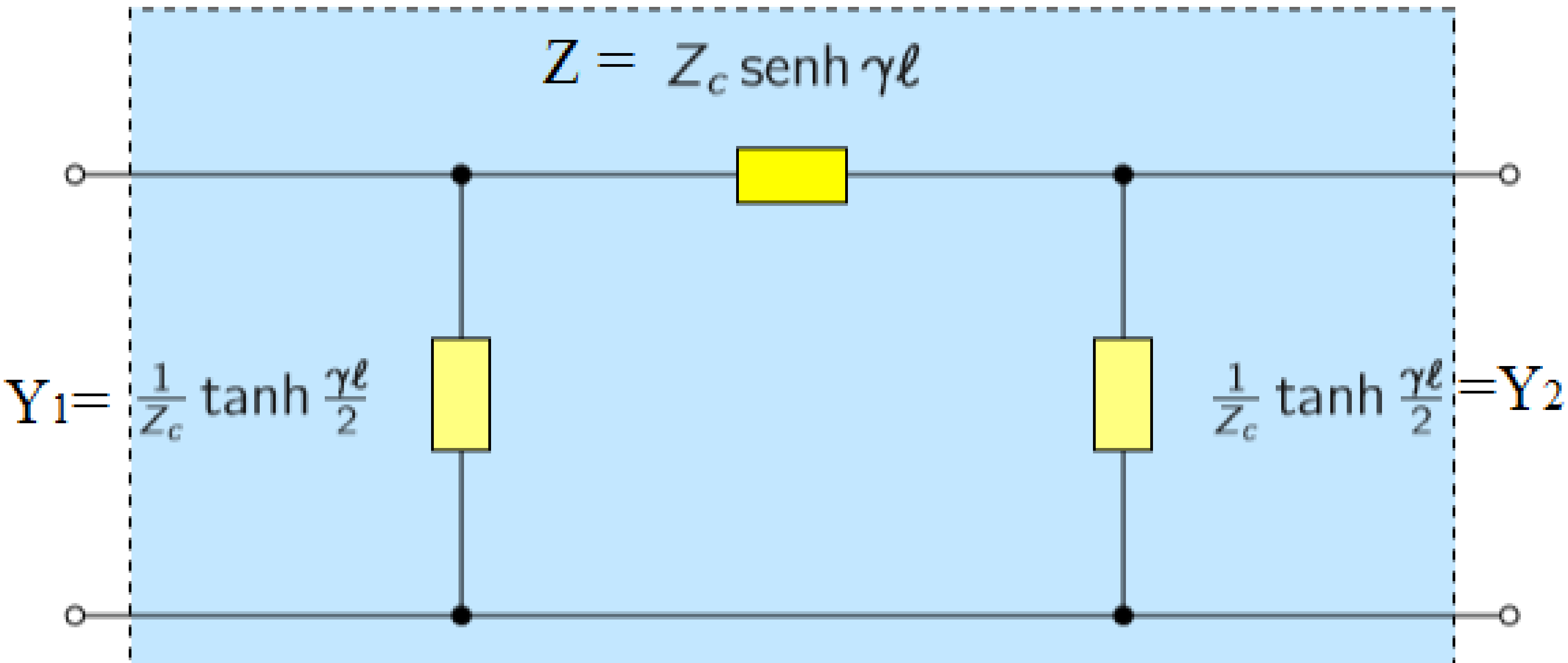


Modelo Concentrado para Linha Longa (Maiores de 240 km)

- É possível obter um circuito π-equivalente de uma linha longa e representá-la com precisão em parâmetros concentrados (desde que o interesse seja os valores de tensão e corrente nas extremidades desta linha).
- Ideia: obter equações para $V(\ell)$ e $I(\ell)$ em função de $V(0)$ e $I(0)$ e comparar com as equações do modelo distribuído.

Modelo Concentrado para Linha Longa

- e o circuito π-equivalente para uma linha de comprimento ℓ fica:



Exemplo

- Para uma linha de transmissão trifásica, 60 Hz, tem-se $R = 0{,}107 \cdot 10{-}3\ \Omega/m$, $L = 1{,}35 \cdot 10{-}6\ H/m$ e $C = 8{,}45 \cdot 10{-}12\ F/m$. A tensão no início da linha é igual a 220 kV e o seu comprimento é de 362 km.
- (a) Determine Z_C e γ.
- (b) Determine o circuito π equivalente da linha.

(c) Determine a impedância vista pela fonte caso uma impedância igual a Z_C seja conectada no final da linha.

(a) Determine Z_c e γ.

Tem-se os seguintes resultados:

$$z = R + j\omega L = (1{,}07 + j5{,}0895) \cdot 10^{-4}\ \Omega/\text{m}$$

$$y = G + j\omega C = j3{,}1856 \cdot 10^{-9}\ \text{S/m}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = 404{,}0493\angle -5{,}94^\circ\ \Omega$$

$$\gamma = \sqrt{zy} = 1{,}2872 \cdot 10^{-6}\angle 84{,}06^\circ\ \text{m}^{-1}$$

(b) Determine o circuito π equivalente da linha.

Para um comprimento $\ell = 362$ km,

os parâmetros dos circuito π equivalente são:

$$Z = Z_c \operatorname{senh} \gamma\ell = 181{,}6733 \angle 78{,}56^\circ \ \Omega$$

$$Y_1 = Y_2 = \frac{1}{Z_c} \tanh \frac{\gamma x}{2} = 5{,}8703 \cdot 10^{-4} \angle 89{,}78^\circ \ \mathrm{S}$$

(c) Determine a impedância vista pela fonte caso uma impedância igual a Z_c seja conectada no final da linha.

A impedância vista no início da linha será:

$$Z_{\text{vista}} = Y_1^{-1} // \left[Z + \left(Z_c // Y_1^{-1} \right) \right] = 404{,}0493 \angle -5{,}94^\circ \ \Omega = Z_c$$

ou seja, a fonte no início da linha enxerga uma impedância

igual à impedância característica Z_c.

Linhas médias (até 240 km)

- Se o comprimento da linha ℓ é pequeno, então $|\gamma\ell|$ será pequeno e as seguintes aproximações são válidas:

$$\operatorname{senh}\gamma\ell \approx \gamma\ell$$

$$\cosh\gamma\ell \approx 1 + (\gamma\ell)^2/2$$

$$\tanh\frac{\gamma\ell}{2} \approx \frac{\gamma\ell}{2}$$

Linhas médias (até 240 km)

- Os elementos do circuito equivalente ficam:

$$\boxed{Z} = Z_c \operatorname{senh} \gamma\ell \approx Z_c\gamma\ell = \sqrt{\frac{z}{y}} \cdot \sqrt{zy} \cdot \ell = z\,\ell = \boxed{(R + j\omega L)\,\ell}$$

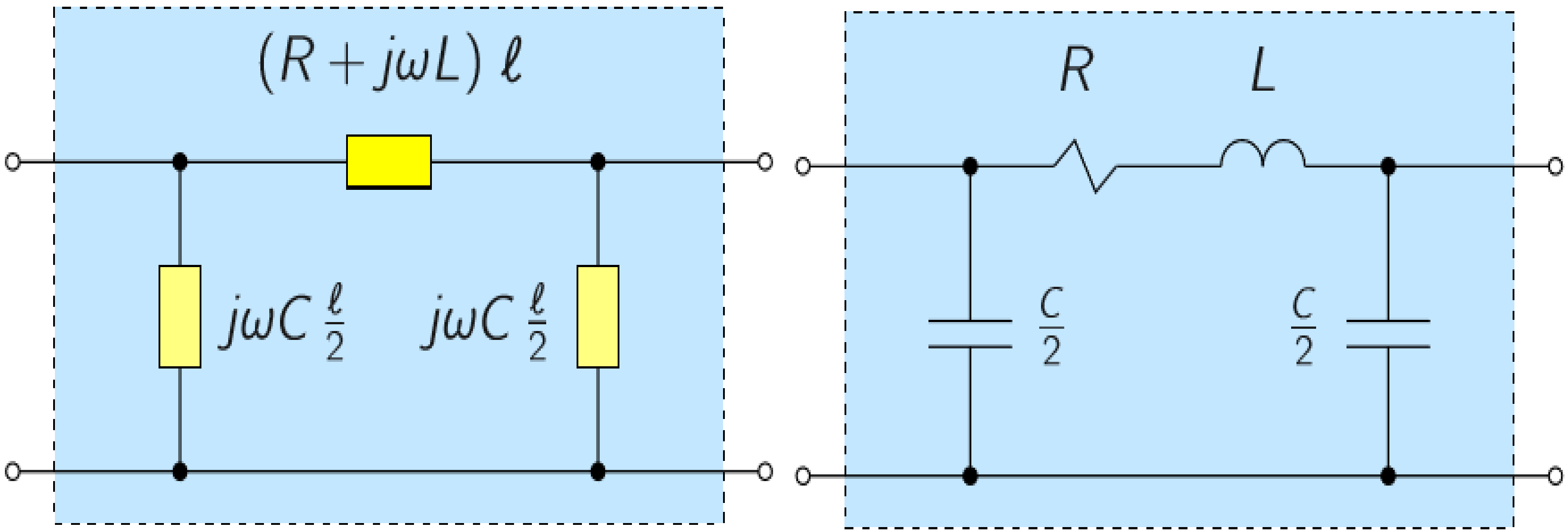
$$\boxed{Z} = \boxed{(R + j\omega L)\,\ell}$$

$$\boxed{Y_1 = Y_2} = \frac{1}{Z_c} \tanh \frac{\gamma\ell}{2} \approx \frac{1}{Z_c} \cdot \frac{\gamma\ell}{2} = \sqrt{\frac{y}{z}} \cdot \sqrt{zy} \cdot \frac{\ell}{2} = y\,\frac{\ell}{2} = \boxed{(G + j\omega C)\,\frac{\ell}{2}}$$

$$\boxed{Y_1 = Y_2} = \boxed{(G + j\omega C)\,\frac{\ell}{2}}$$

Linhas médias (até 240 km)

- O circuito equivalente da linha de transmissão com os parâmetros simplificados é chamado de modelo π nominal:



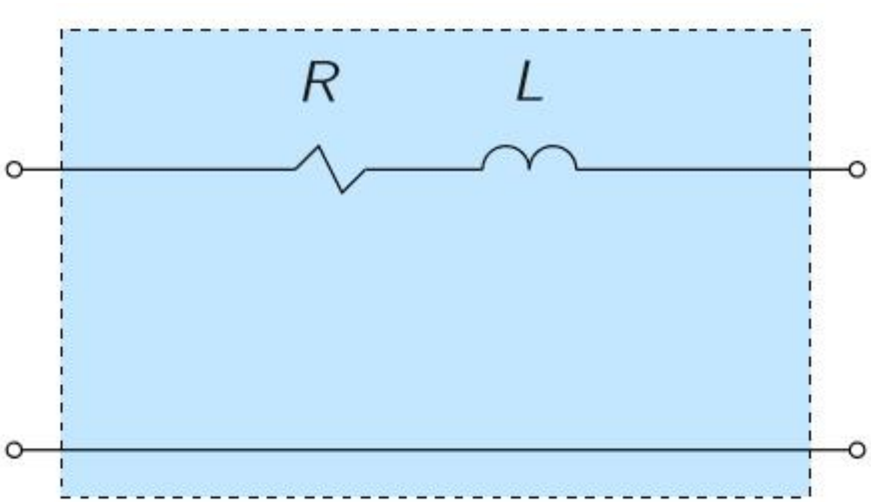
- Nas figuras, a condutância G foi desprezada e, no circuito da direita, o comprimento da linha é considerado nos valores dos parâmetros

Linhas médias (até 240 km)

- **Observações:**
  - Quase todas as linhas são modeladas como linhas medias (modelo π-nominal)
  - Se a linha é longa, e modelada como vários circuitos π-nominal em cascata
  - Em certos estudos exige-se uma grande precisão → equações de onda são usadas → por exemplo em estudos de transitórios em linhas de transmissão, etc.

Linhas curtas (até 80 km)

- Encontradas normalmente em redes de distribuição e subtransmissão em media tensão
- Os efeitos dos campos elétricos podem ser desprezados → capacitâncias shunt desprezadas:



EXEMPLO

Para a linha de transmissão trifásica, 60 Hz, de um exemplo anterior, tem-se $R = 0{,}107 \cdot 10^{-3}\ \Omega/\text{m}$, $L = 1{,}35 \cdot 10^{-6}$ H/m e $C = 8,45 \cdot 10^{-12}$ F/m. Os seguintes valores foram obtidos:

$$z = 5{,}2008 \cdot 10^{-4} \angle 78{,}13^\circ\ \Omega/\text{m}$$

$$y = 3{,}1856 \cdot 10^{-9} \angle 90^\circ\ \text{S/m}$$

$$Z_c = 404{,}0493 \angle -5{,}94^\circ\ \Omega$$

$$\gamma = 1{,}2872 \cdot 10^{-6} \angle 84{,}06^\circ\ \text{m}^{-1}$$

Determine os circuitos π equivalente e π nominal da linha e compare os resultados obtidos. Considerar a linha com 362 km e com 100 km.

O circuito equivalente π equivalente da linha para $\ell = 362$ km já foi calculado anteriormente. Os parâmetros do circuito π nominal são:

$$Z = (R + j\omega L)\,\ell = 188{,}2690\,\angle 78{,}13^\circ\ \Omega$$

$$Y_1 = Y_2 = j\omega C\,\frac{\ell}{2} = 5{,}759 \cdot 10^{-4}\ \text{S}$$

A tabela a seguir mostra a comparação entre os modelos, incluindo o erro resultante, calculado por:

$$\text{erro}_{\%} = \frac{|\text{parâmetro-}\pi\text{-equiv}| - |\text{parâmetro-}\pi\text{-nom}|}{|\text{parâmetro-}\pi\text{-equiv}|} \cdot 100\%$$

parâmetro	π equivalente	π nominal	$\text{erro}_{\%}$
$\lvert Z \rvert$	181,6733	188,2675	−3,6
$\lvert Y \rvert$	$5{,}8703 \cdot 10^{-4}$	$5{,}7660 \cdot 10^{-4}$	1,8

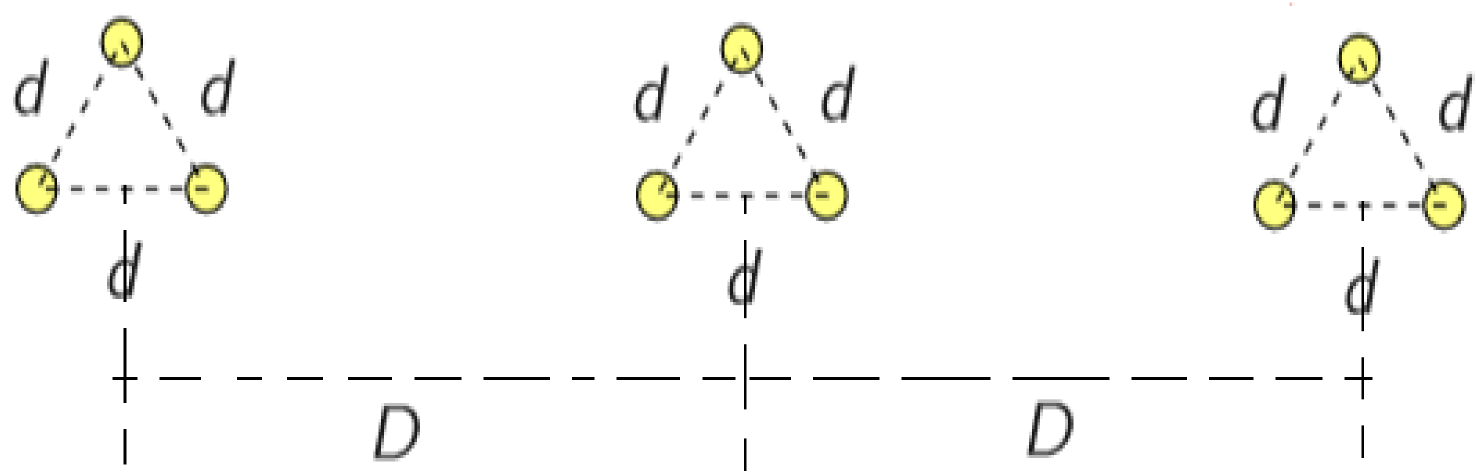
Os parâmetros para $\ell = 100$ km e os erros resultantes são mostrados na tabela a seguir.

parâmetro	π equivalente	π nominal	$\text{erro}_{\%}$
$\lvert Z \rvert$	51,8693	52,0076	−0,3
$\lvert Y \rvert$	$1{,}5950 \cdot 10^{-4}$	$1{,}5930 \cdot 10^{-4}$	0,1

Verifica-se que as diferenças entre os modelos π equivalente e π nominal aumentam para linhas mais longas.

Gabarito da Prova No 1

- Considere, uma linha trifásica de cabos múltiplos a 60 Hz, com três condutores ACSR tipo Rail por cabo afastados d= 45 cm entre si. Os espaçamentos entre cabos são de D= 9, conforme mostrado na Figura abaixo. Considere RMG do condutor encordoado Rail 0,011765 m. Considere o raio externo do condutor encordoado Rail 0,014796 m.



Pergunta No 1

- A) Se a resistência CC a 20ºC de Cada condutor ACSR Rail a 20°C é 0,0112 Ω/km, encontre a Resistencia CA para 50 20ºC de cada fase formada por três condutores. (1 ponto)

b)Calcule a reatância indutiva por fase em Ω/km (1,5 pontos)

C) Calcule a reatância capacitiva por fase em Ω·km (1,5 pontos)

Resolução (a)

Dex=2r_externo=0,029591 m

Rcc(20)	0,011249223	ohm/km
Rcc(50)	=(228+50)/(228+20)* 0,011249223=**0,0126**1	ohm/km
RCA(50)	**0,01261***(1+7,5*60^2*(Dex*100)^4*10^-7)=**0,015220482**	ohm/km

$$R_{CA_{t2}} = R_{cc_{t2}}(1 + 7{,}5f^{2}D_{ext}^{4}10^{-7}$$

Resistencia em cada fase= RCA(50)/3 0,005073 ohm/km

Resolução

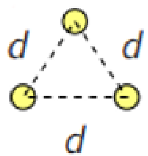
- R_externo=0,0147955 m
- RMG=0,011765 m
- D=9m
- d=0,45m

Indutância de linhas trifásicas (Condutores encordoados)

- $L = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln\left(\frac{D_{eq}}{D_S}\right) \quad \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}$
- D_{eq}: Distância média Geométrica (DMG):
  - $D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12}D_{13}D_{23}}$
- D_s: É o Raio Médio Geométrico (RMG) do grupo de condutores
- $D_s = \sqrt[n^2]{\prod_{i=a}^{n} \prod_{j=a}^{n} D_{ij}}$
- $D_s = \sqrt[n^2]{(D_{aa}D_{ab} \dots D_{an})(D_{ab}D_{bb} \dots D_{bn}) \dots (D_{na}D_{nb} \dots D_{nn})}$
- D_{ii}: é o **RMG do condutor encordoado** é obtido por Tabelas!!.
- D_{ij}: É a distância entre os condutores *i* e *j*

Para um grupo equilátero, o sea para conductores formando em polígonos de lado *d*. O RMG é (Condutores Encordoado):

$$D_s = \sqrt{D_{ii} d}$$



$$D_s = \sqrt[3]{D_{ii} d^2}$$

Deq=	11,33928945	m
Ds=	0,133559802	m

L=	8,88296E-07	H/m	
L=	0,000888296	8,88E-04	H/km
Xl=	0,334879671	Ohm/km	

$$C_{an} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(D_{eq}/D^b_{sC}\right)} \text{ F/m}$$

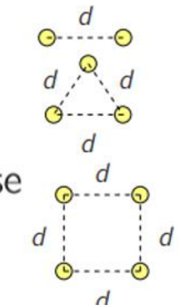
Resolução ©

em que:

$D^b_{sC} = \sqrt{rd}$ dois condutores por fase

$D^b_{sC} = \sqrt[3]{rd^2}$ três condutores por fase

$D^b_{sC} = 1{,}09\sqrt[4]{rd^3}$ quatro condutores por fase



Numerador=	5,56062E-11	
Deq=	11,33928945	m
D^b_sC=	0,144162252	m
Denominador=	4,365089501	
Can	1,27388E-11	F/m
Can	1,27388E-08	F/km
XC=	208227,8884	Ohm.km

<u>Questão 2</u>: Considere uma linha de 345 kV cujos dados elétricos são $r = 0{,}08\ [\frac{\Omega}{km}]$, $L = 1{,}336.10^{-3}\ [\frac{\mathrm{H}}{km}]$, $C = 8{,}6.10^{-3}\ [\frac{\mu F}{km}]$ e $g = 3{,}75.10^{-8}\ [\frac{S}{km}]$. Sabendo que a linha tem 500 km, frequência de 60 Hz, calcule:

a) (2 PONTOS) A impedância característica e a constante de propagação da linha.

b) (1 PONTO) O modelo hiperbólico da linha.

c) (2 PONTOS) A tensão no transmissor e a corrente injetada na linha quando esta alimenta uma carga trifásica de S= 300 [MW] a uma tensão de linha de V_R=345 $\angle 0°$ kV com fator de potência unitário.

d) (1 PONTO) A regulação de tensão e o rendimento da linha.

Dicas:

$$\dot{Z}_C = \sqrt{\frac{\dot{Z}}{\dot{Y}}}\ ; \dot{\gamma} = \sqrt{\dot{z}.\dot{y}}\ ; \dot{Z} = r + jx_L \text{ e } \dot{Y} = g + jb$$

Modelo hiperbólico: $\dot{U}_1 = \dot{U}_2.cosh\dot{\gamma}l + \dot{Z}_C.\dot{I}_2.senh\dot{\gamma}l$ e

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_C}.senh\dot{\gamma}l + \dot{I}_2.cosh\dot{\gamma}l$$

$$\dot{U}_2 = \frac{VR}{\sqrt{3}};\ \ \dot{I}_2 = \left(\frac{\frac{S}{3}}{VR}\right)^*$$

$$\cosh(a + jb) = \cosh a \cos b + j \operatorname{senh} a \operatorname{sen} b$$

$$\operatorname{senh}(a + jb) = \operatorname{senh} a \cos b + j \cosh a \operatorname{sen} b$$

$$Reg = \frac{100.(U_1 - U_2)}{U_2} \text{ e } \eta = \frac{P_2}{P_1}.100\%$$

Solução:

a) Seja

$\dot{z} = r + jx_L = 0{,}08 + j2.\pi.60.1{,}336.10^{-3}$ e

$\dot{y} = g + jb = 3{,}75.10^{-8} + j2.\pi.60.8{,}6.10^{-3}.10^{-6}$

$\dot{z} = 0{,}08 + j0{,}5037 = 0{,}51\sphericalangle 80{,}97° \left[\frac{\Omega}{km}\right]$ e

$\dot{y} = 3{,}75.10^{-8} + j3{,}2421.10^{-6} = 3{,}24.10^{-6}\sphericalangle 89{,}34° \left[\frac{S}{km}\right]$

Então, a função de propagação será:

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\dot{z}.\dot{y}} = \sqrt{(0{,}08 + j0{,}5037).(3{,}75.10^{-8} + j3{,}2421.10^{-6})} =$$

$$\boxed{\dot{\gamma} = 1{,}2859.10^{-3}\sphericalangle 85{,}16°}$$

Então, a impedância característica será:

$$\dot{Z}_C = \sqrt{\frac{\dot{Z}}{\dot{Y}}} = \sqrt{\frac{0{,}51\sphericalangle 80{,}97°}{3{,}24.10^{-6}\sphericalangle 89{,}34°}} \boxed{= 396{,}59\sphericalangle -4{,}18°\ \Omega}$$

b) O modelo hiperbólico será

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2.\cosh(1{,}2859.10^{-3}\sphericalangle 85{,}16°.500) +$$
$$396{,}59\sphericalangle -4{,}18°.\dot{I}_2.senh(1{,}2859.10^{-3}\sphericalangle 85{,}16°.500)$$

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2.0{,}8035\sphericalangle 2{,}32° + \dot{I}_2.238{,}03\sphericalangle 81{,}66°$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2}{396{,}59\sphericalangle -4{,}18°}.senh(1{,}2859.10^{-3}\sphericalangle 85{,}16°.500) +$$
$$\dot{I}_2.\cosh(1{,}2859.10^{-3}\sphericalangle 85{,}16°.500)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_2.1{,}51.10^{-3}\sphericalangle 90{,}02° + \dot{I}_2.0{,}8035\sphericalangle 2{,}32°$$

c) Se $V_{2_{3\phi}} = 345kV$ então

$$\dot{V}_{2_{1\phi}} = \frac{345}{\sqrt{3}} \sphericalangle 0° = 199{,}2 \sphericalangle 0° kV$$

Se $\dot{S}_{2_{3\phi}} = 300 \sphericalangle 0° MVA$ então

$$\dot{S}_{2_{1\phi}} = 100 \sphericalangle 0° = 100 + j0MVA$$

Como $\dot{S}_2 = \dot{V}_2 . \dot{I}_2^{\,*}$ então $\dot{I}_2 = \left(\frac{\dot{S}_2}{\dot{V}_2}\right)^*$

$$= \left(\frac{100.10^6 \sphericalangle 0°}{199{,}2.10^3 \sphericalangle 0°}\right)^* = 502 \sphericalangle 0° A$$

Então

$$\dot{U}_1 = 199{,}2.10^3 \measuredangle 0°.0{,}8035 \measuredangle 2{,}32° +$$
$$502 \measuredangle 0°.238{,}03 \measuredangle 81{,}66° = 216{,}7 \measuredangle 35{,}13° kV$$
$$\dot{I}_1 = 199{,}2.10^3 \measuredangle 0°.1{,}51.10^{-3} \measuredangle 90{,}02° +$$
$$502 \measuredangle 0°.0{,}8035 \measuredangle 2{,}32° = 512{,}75 \measuredangle 38{,}2° A$$

Logo,

$$\dot{S}_1 = \dot{V}_1.\dot{I}_1^{\;*} = 216{,}7.10^3 \measuredangle 35{,}13°.512{,}75 \measuredangle 38{,}2°^*$$
$$= 216{,}7.10^3 \measuredangle 35{,}13°.512{,}75 \measuredangle -38{,}2° =$$
$$\dot{S}_1 = 111{,}13 \measuredangle -3{,}07° = 110{,}97 - j5{,}96 MVA$$

d) $Reg = \frac{100.(U_1 - U_2)}{U_2} = \frac{100.(216{,}7-199{,}2)}{199{,}2} = 8{,}8\%$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}.100 = \frac{100}{110{,}97}.100 = 90{,}11\%$$

Exemplo (para ser estudado em casa)

Uma linha de transmissão trifásica de 60 Hz de circuito simples tem um comprimento de 370 km (230 mi). Os condutores são do tipo Rook com espaçamento horizontal plano de 7,25 m (23,8 ft) entre condutores. A carga na linha é de 125 MW, a 215 kV, com fator de potência de 100%. Determine a tensão, a corrente e a potência na barra transmissora e a regulação de tensão da linha. Determine também o comprimento de onda e a velocidade de propagação da linha.

O espaçamento equilátero equivalente da linha é:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{23{,}8 \cdot 23{,}8 \cdot 47{,}6} = 30 \text{ ft}$$

Das tabelas A.3, A.4 e A.5 tem-se:

$$z = 0{,}1603 + j\,(0{,}415 + 0{,}4127) = 0{,}8431\,\angle 79{,}04^\circ\ \Omega/\text{mi}$$

$$y = j\,[1/\,(0{,}0950 + 0{,}1009)] \cdot 10^{-6} = 5{,}105 \cdot 10^{-6}\,\angle 90^\circ\ \text{S/mi}$$

$$\gamma\ell = \sqrt{zy}\,\ell = 0{,}4772\,\angle 84{,}52^\circ = 0{,}0456 + j0{,}4750$$

$$Z_c = \sqrt{z/y} = 406{,}4\,\angle -5{,}48^\circ\ \Omega$$

Na barra receptora tem-se:

$$V_R = \frac{215}{\sqrt{3}}\,\angle 0^\circ = 124{,}13\,\angle 0^\circ\ \text{kV}$$ (tensão de fase, tomada como ref. angular)

$$I_R = \left(\frac{S/3}{V_R}\right)^* = \left(\frac{125 \cdot 10^6/3}{215 \cdot 10^3/\sqrt{3}}\right)^* = 335{,}7\,\angle 0^\circ\ \text{A}$$

Das equações de onda:

$$V_S = V_R \cosh \gamma\ell + Z_c I_R \,\mathrm{senh}\, \gamma\ell$$

$$= 124{,}13 \cdot 10^3 \cdot 0{,}8904\,\angle 1{,}34^\circ + 406{,}4\,\angle -5{,}48^\circ \cdot 335{,}7 \cdot 0{,}4596\,\angle 84{,}94$$

$$= 137{,}851\,\angle 27{,}77^\circ \text{ kV}$$

$$I_s = I_R \cosh \gamma\ell + (V_R/Z_c)\,\mathrm{senh}\, \gamma\ell$$

$$= 335{,}7 \cdot 0{,}8904\,\angle 1{,}34^\circ + \left(124{,}13 \cdot 10^3/406{,}4\,\angle -5{,}48^\circ\right) \cdot 0{,}4596\,\angle 84{,}94$$

$$= 332{,}27\,\angle 26{,}33^\circ \text{ A}$$

Na barra transmissora:

$$\text{Tensão de linha} = \sqrt{3} \cdot 137{,}851 = 238{,}8 \text{ kV}$$

$$\text{Corrente de linha} = 332{,}27 \text{ A}$$

$$\text{Fator de potência} = \cos(27{,}77 - 26{,}33) = 0{,}9997$$

$$\text{Potência} = \sqrt{3} \cdot 238{,}8 \cdot 332{,}27 \cdot 0{,}9997 = 137{,}4 \text{ MW}$$

Considerando uma tensão fixa na barra transmissora, a tensão na barra receptora em vazio ($I_R = 0$) será:

$$V_R^{\text{vazio}} = \frac{V_S}{\cosh \gamma \ell}$$

Logo, a regulação será:

$$\text{Regulação} = \frac{V_R^{\text{vazio}} - V_R}{V_R} \cdot 100\% = \frac{137{,}85/0{,}8904 - 124{,}13}{124{,}13} \cdot 100\% = 24{,}7\%$$

O comprimento de onda e a velocidade de propagação podem ser calculados por:

$$\beta = \frac{\Im\{\gamma\ell\}}{\ell} = \frac{0{,}4750}{230} = 0{,}002065 \text{ mi}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = 3043 \text{ mi}$$

$$v = f\,\lambda = 182580 \text{ mi/s} = 2{,}94 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

■ Exemplo (para ser estudado em casa)

Determine os circuitos π equivalente e π nominal para a linha do exemplo anterior. Compare os resultados obtidos.

Os parâmetros do modelo π equivalente são:

$$Z_{eq} = Z_c \operatorname{senh} \gamma\ell = 186{,}78 \angle 79{,}46^\circ \ \Omega$$

$$Y_{eq} = \frac{1}{Z_c} \tanh \frac{\gamma\ell}{2} = 0{,}000599 \angle 89{,}81^\circ \ \mathrm{S}$$

Os parâmetros do modelo π nominal são:

$$Z_{nom} = z\,\ell = 193{,}9 \angle 79{,}04^\circ \ \Omega$$

$$Y_{nom} = \frac{y}{2}\,\ell = 0{,}000587 \angle 90^\circ \ \mathrm{S}$$

A impedância série do modelo π nominal excede a do modelo π equivalente em 3,8%. A admitância em derivação do modelo π nominal é 2% menor que a do modelo π equivalente.