TE140 TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

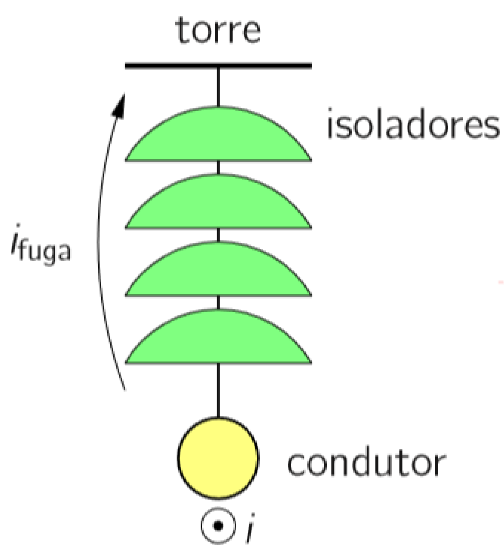
CÁLCULO DE PARÂMETROS ELÉTRICOS DE LT:

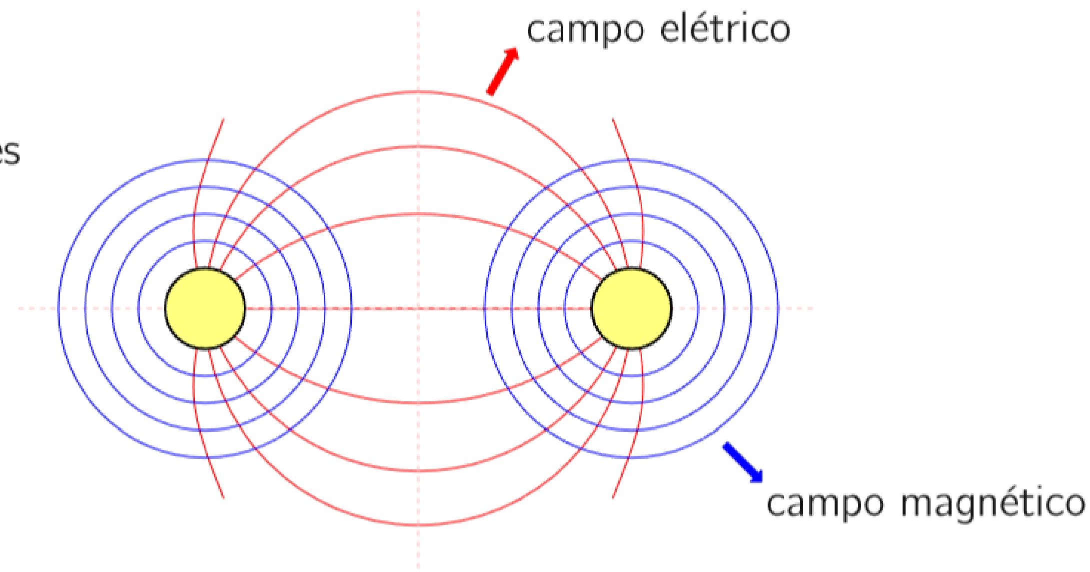
Parte II

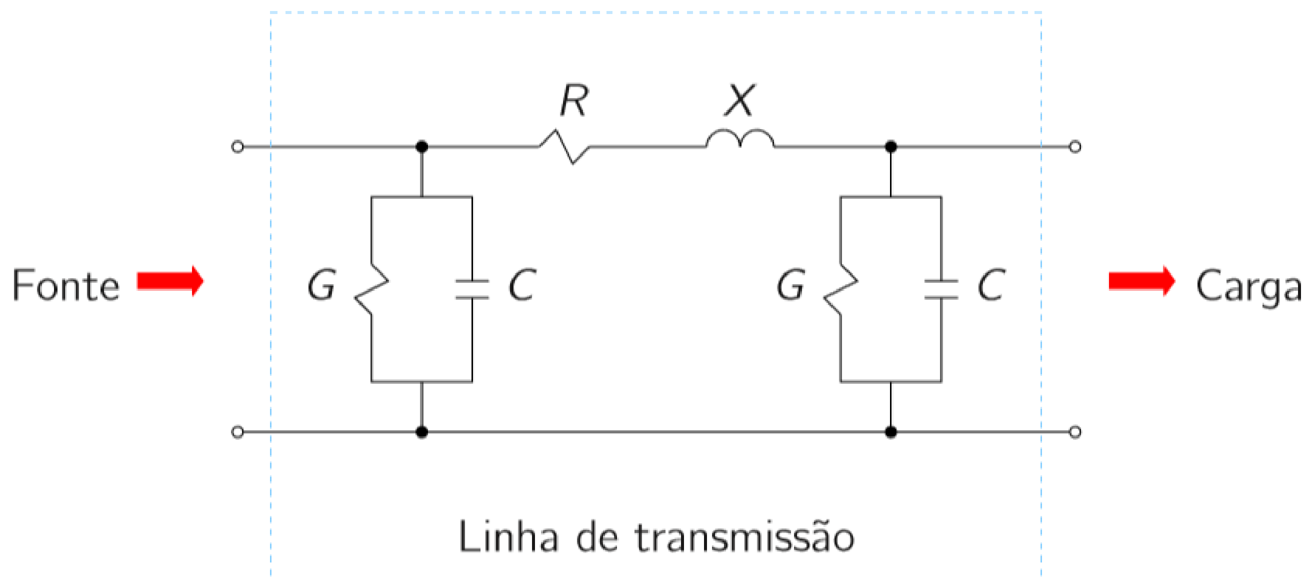
Capacitância, Reatância Capacitiva de LT

PhD Eng. Clodomiro Unsihuay Vila
Federal University of Paraná, Curitiba-Brazil

Parâmetros das linhas de transmissão







Parâmetros das linhas de transmissão

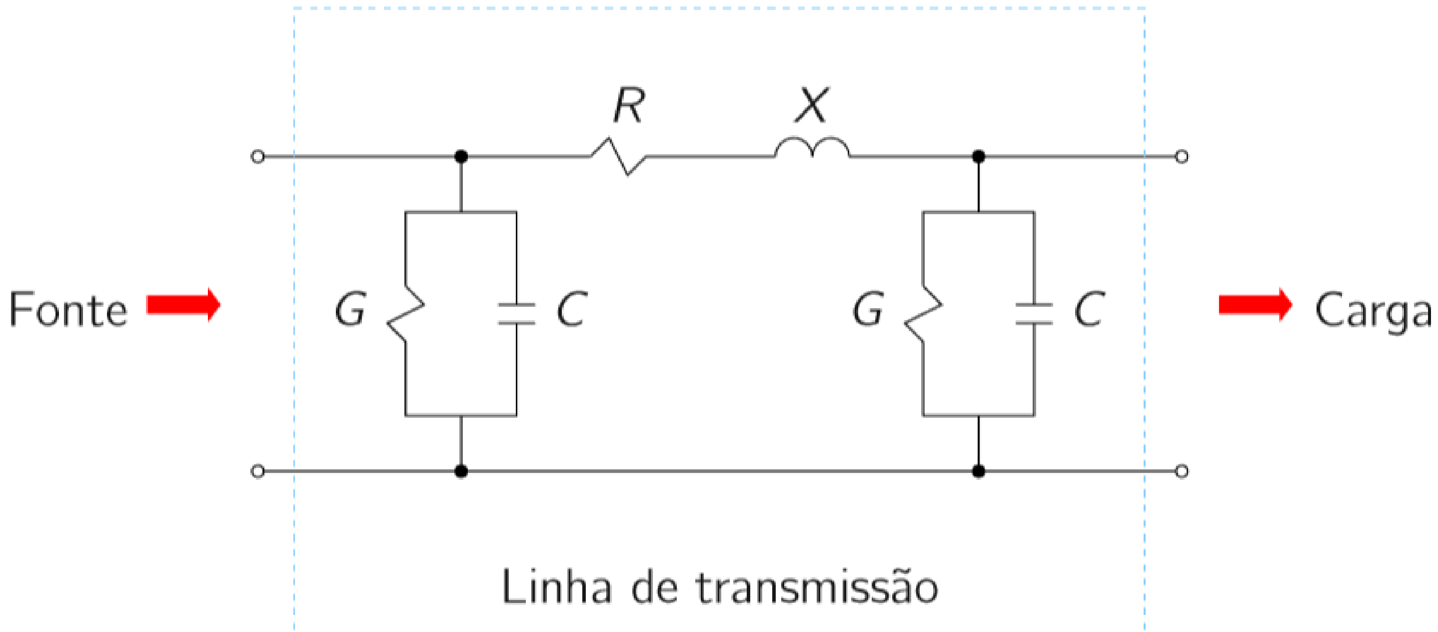
- Resistencia (R)
  - Dissipação de potência ativa devido à passagem de corrente
- Condutância (G)
  - Representação de correntes de fuga através dos isoladores (principal fonte de condutância) e do efeito corona.
  - Depende das condições de operação da linha
    - Umidade relativa do ar, nível de poluição, etc.
    - É muito variável
    - Seu efeito é em geral desprezado (sua contribuição no comportamento geral da linha é muito pequena)

Parâmetros das linhas de transmissão

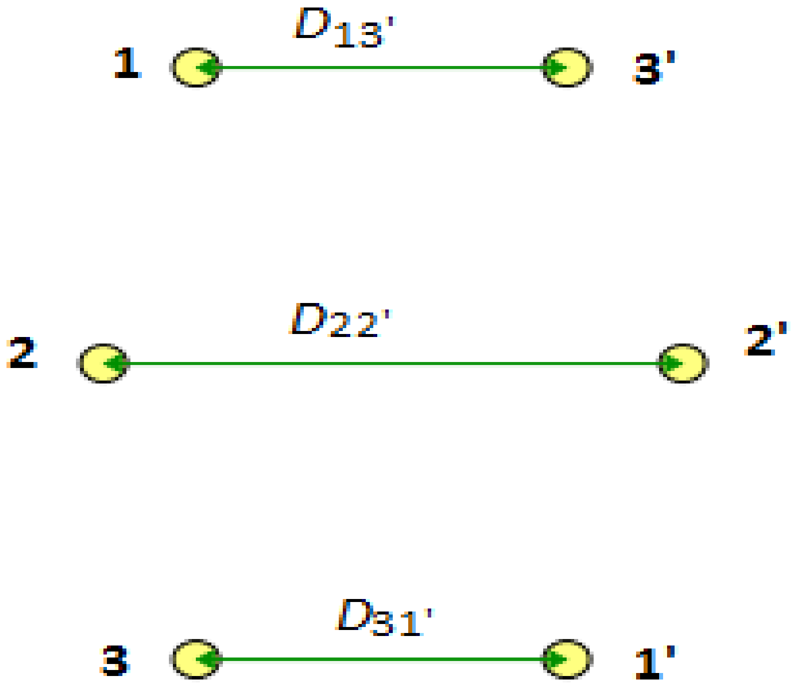
- Indutância (L)
  - Deve-se aos campos magnéticos criados pela passagem das correntes
- Capacitância (C)
  - Deve-se aos campos elétricos: cargas nos condutores por unidade de diferença de potencial entre eles

Parâmetros das linhas de transmissão

- Com base nessas grandezas que representam fenômenos físicos que ocorrem na operação das linhas, pode-se obter um circuito equivalente (modelo) para a mesma, como por exemplo:

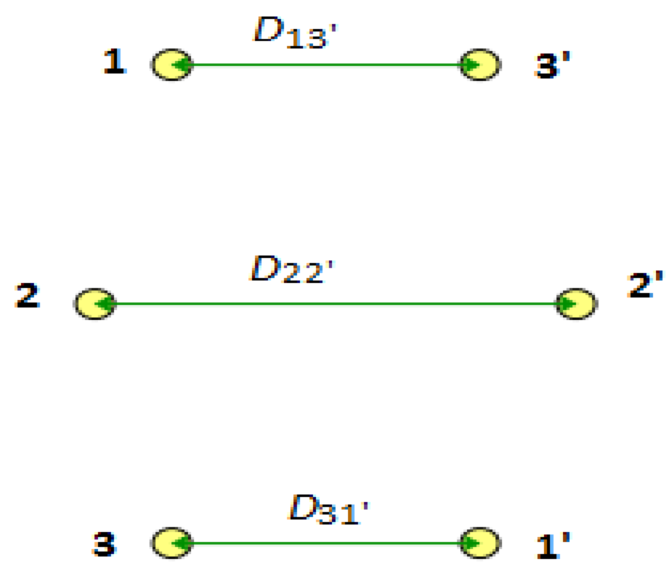


Linhas trifásicas de circuitos em paralelo

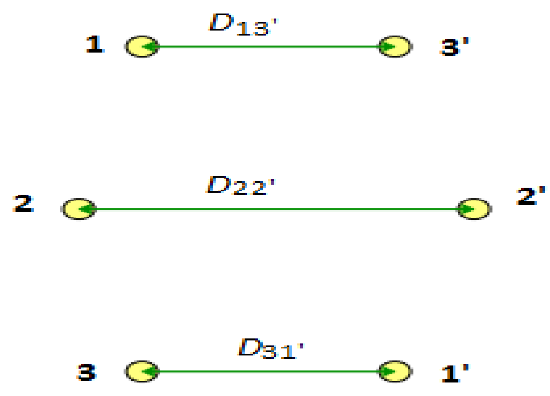


Linhas trifásicas de circuitos em paralelo

- $Ind.\,em\;uma\;fase$:
- $L = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln\left(\frac{DMG_{ff}}{RMG_f}\right) \qquad \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}$
- DMG_{ff}: Distância média Geométrica entre fases
- RMG_f: Raio médio geométrico de uma fase
- **Doble circuito simplex (1 conductor por fase):**
- $DMG_{13} = \sqrt[4]{D_{13}D_{1'3'}D_{13'}D_{1'3}}$
- $DMG_{ff} = \sqrt[3]{DMG_{12}DMG_{13}DMG_{23}}$
- $DMG_{12} = \sqrt[4]{D_{12}D_{1'2'}D_{12'}D_{1'2}}$
- $DMG_{13} = \sqrt[4]{D_{13}D_{1'3'}D_{13'}D_{1'3}}$
- $DMG_{23} = \sqrt[4]{D_{23}D_{2'3'}D_{23'}D_{2'3}}$



Linhas trifásicas de circuitos em paralelo



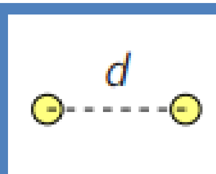
- $Ind. em\, uma\, fase$:
- $L = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln\left(\frac{DMG_{ff}}{RMG_f}\right) \qquad \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}$
- DMG_{ff}: Distância média Geométrica entre fases
- RMG_f: Raio médio geométrico de uma fase
- **Doble circuito simplex (1 conductor por fase):**
- $RMG_f = \sqrt[6]{D_{11}D_{11'}D_{22}D_{22'}D_{33}D_{33'}}$
- Onde:
- $D_{11} = D_{22} = D_{33} = RMG = 0{,}7788r$

Linhas trifásicas de circuitos em paralelo

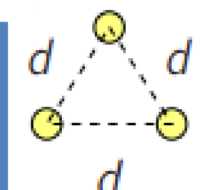
- Para mais condutores por fase:

$$L = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln\left(\frac{DMG_{ff}}{RMG_f}\right) \qquad \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}$$

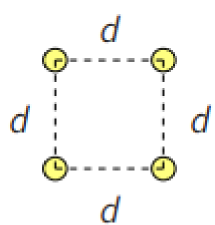
DMG_{ff}: Distância média Geométrica entre fases
RMG_f: Raio médio geométrico de uma fase



$$RMG = D_s = \sqrt[5]{0{,}7788rdD_{11'}D_{22'}D_{33'}}$$



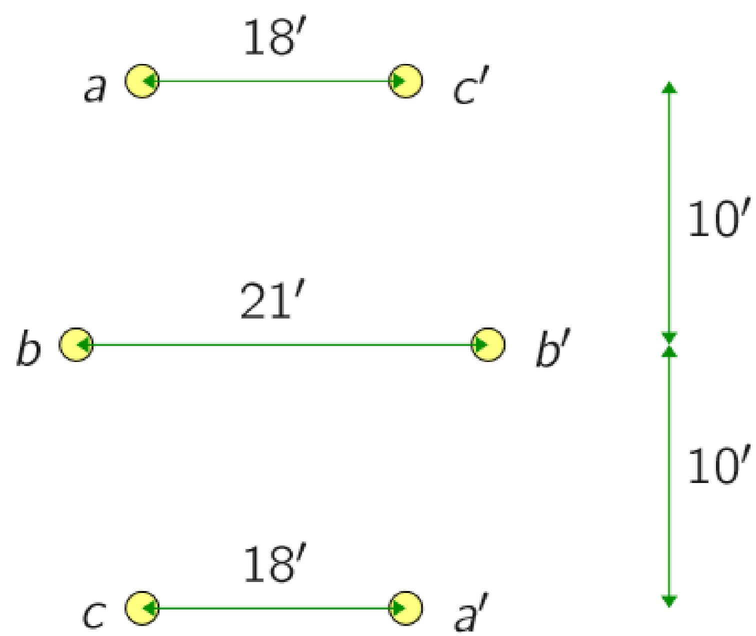
$$RMG = D_s = \sqrt[6]{0{,}7788rd^2D_{11'}D_{22'}D_{33'}}$$



$$RMG = D_s = \sqrt[7]{0{,}7788rd^3D_{11'}D_{22'}D_{33'}}$$

Exercício Para Casa

Uma linha trifásica de circuito duplo é constituída de condutores ACSR 26/7 tipo Ostrich de 300.000 CM dispostos de acordo com a figura a seguir. Determine a reatância indutiva por fase a 60 Hz em Ω/m .



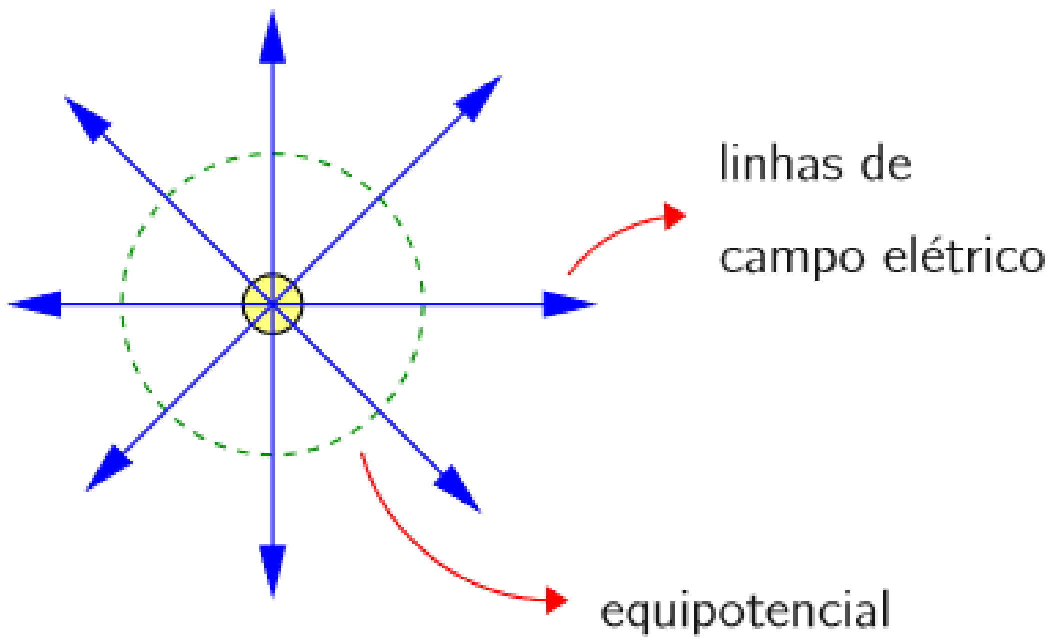
- Pela tabela A.3, o RMG do condutor tipo Ostrich é $D_s = 0{,}0229'$

Capacitância

- Existem cargas em movimento e uma diferença de potencial entre condutores → capacitância (carga/diferença de potencial → $C = Q/V$)
- A linha se comporta como se os condutores fossem placas de capacitores

Campo elétrico em um condutor cilíndrico

- Considerar um condutor cilíndrico, com carga uniforme, longo e perfeito (resistividade $\rho = 0$)
- O campo elétrico é radial:



Campo elétrico em um condutor cilíndrico

- Os pontos equidistantes do condutor (linha tracejada) são equipotenciais (apresentam a mesma intensidade de campo elétrico)

- A intensidade de campo elétrico no interior do condutor pode ser considerada nula

  Considere a lei de Ohm (eletrostática):

$$\boldsymbol{E}_{\text{int}} = \rho\, \boldsymbol{J}$$

  em que $\boldsymbol{J}$ é a densidade de corrente. Considerando $\rho = 0$ (condutor perfeito), tem-se $\boldsymbol{E}_{\text{int}} = 0$

  Os elétrons no interior do condutor tenderiam a se repelir até a superfície do condutor, onde encontrariam um meio isolante

- O cálculo da intensidade de campo elétrico a uma certa distância x do condutor é realizado utilizando a lei de Gauss:

$$\varepsilon \oint_S E\, dS = Q$$

em que:

ε – permissividade do meio:

$$\varepsilon = \varepsilon_r\, \varepsilon_0$$

ε_0 é a permissividade do vácuo e vale $8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m. ε_r é a permissividade relativa do meio, sendo que para o ar seco vale 1,00054 e é normalmente aproximada para 1

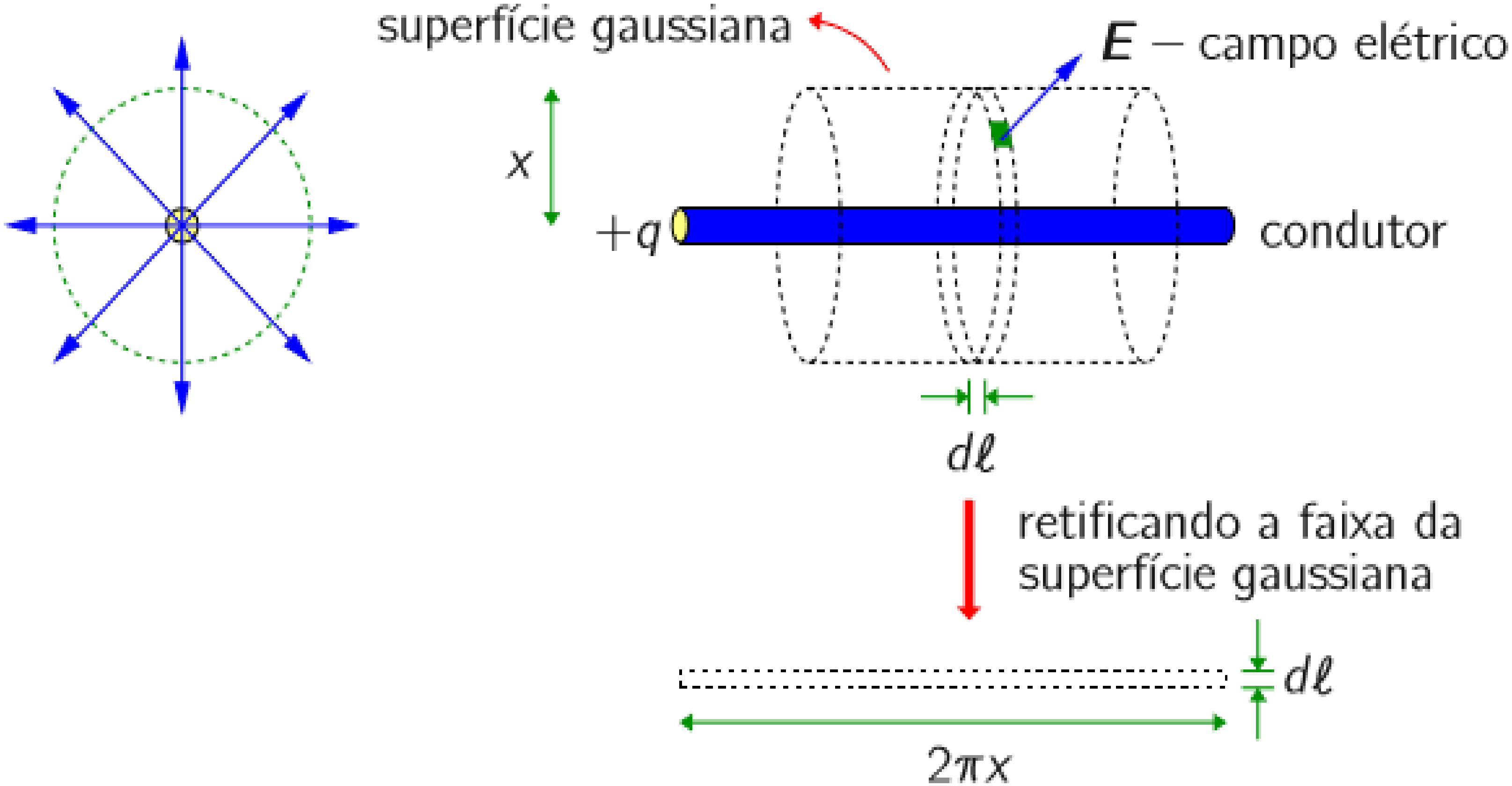
E – intensidade do campo elétrico

S – superfície gaussiana

Q – carga total contida em S

Campo elétrico em um condutor cilíndrico

- Para a solução da equação de Gauss, deve-se imaginar uma superfície gaussiana, cilíndrica, concêntrica ao condutor e de raio igual a x:



- Tomando uma faixa da superfície gaussiana de comprimento diferencial $d\ell$ a equação fica:

$$\varepsilon \int_{\ell} E \cdot 2\pi x d\ell = Q$$

pois a faixa tem área $2\pi x d\ell$

- Integrando:

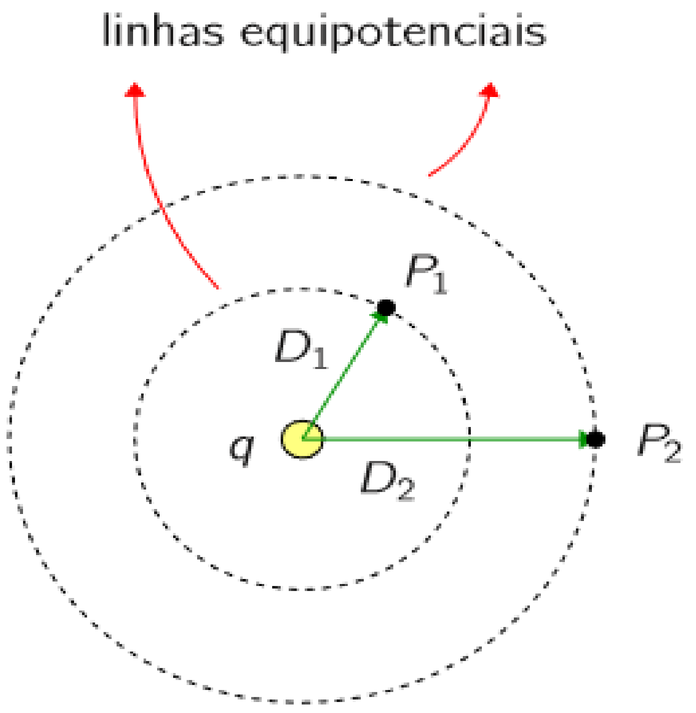
$$\varepsilon \cdot E \cdot 2\pi x \ell = Q \qquad \Rightarrow \qquad E = \frac{Q}{2\pi x \varepsilon \ell} \text{ V/m}$$

- Considerando a carga por unidade de comprimento $q = Q/\ell$:

$$E = \frac{q}{2\pi x \varepsilon} \text{ V/m}$$

Diferença de potencial entre dois pontos

- Considere a seguinte situação:



- Fazendo uma analogia mecânica:

campo elétrico	–	força
diferença de potencial	–	trabalho

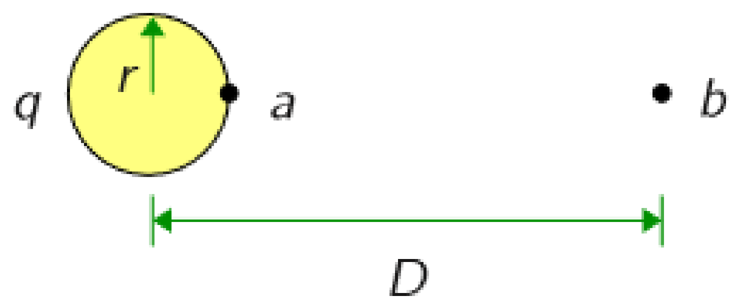
- Diferença de potencial entre os pontos P_1 e P_2:

$$V_{12} = V_1 - V_2 = \int_{D_1}^{D_2} E\,dx$$

$$= \int_{D_1}^{D_2} \frac{q}{2\pi x \varepsilon}\,dx$$

$$= \frac{q}{2\pi\varepsilon} \ln \frac{D_2}{D_1} \text{ V}$$

- Caso particular – ddp entre os pontos a e b:

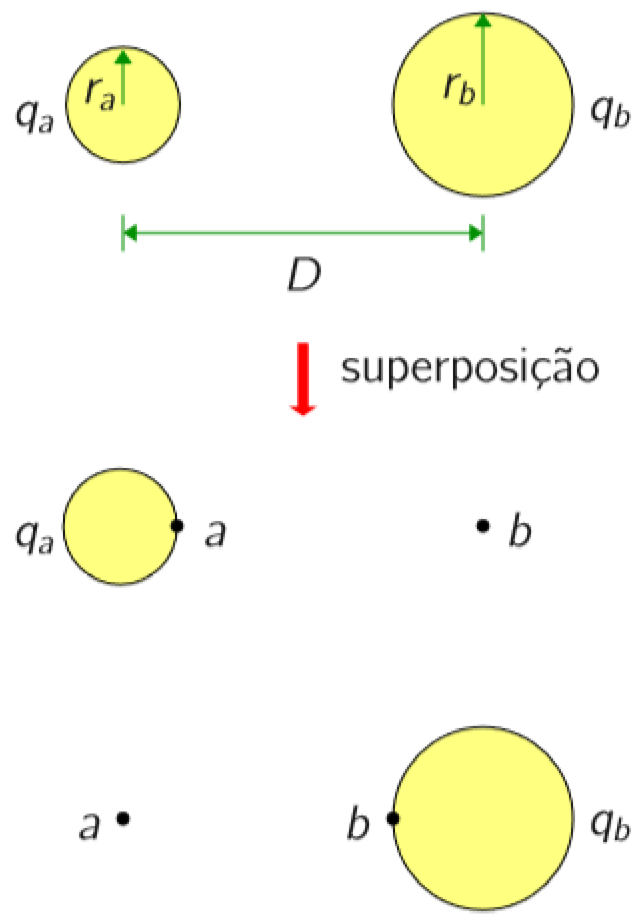


Considerando o ponto a na superfície do condutor e que $D \gg r$ tem-se:

$$V_{ab} = \frac{q}{2\pi\varepsilon} \ln \frac{D}{r} \text{ V}$$

Diferença de potencial entre dois condutores

- A diferença de potencial entre os dois condutores é obtida usando-se o princípio da superposição:



Diferença de potencial entre dois condutores

Considera-se que:

- $D \gg r_a, r_b$, ou seja, um observador em um condutor enxerga o outro condutor como um ponto
- o campo interno ao condutor seja desprezível
- a diferença de potencial total deve-se às contribuições de q_a e q_b

$$V_{ab} = V_{ab}^{\text{devido a } q_a} + V_{ab}^{\text{devido a } q_b} = \frac{q_a}{2\pi\varepsilon} \ln \frac{D}{r_a} + \frac{q_b}{2\pi\varepsilon} \ln \frac{r_b}{D}$$

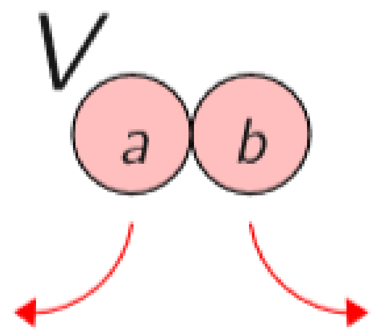
$$= \frac{1}{2\pi\varepsilon} \left(q_a \ln \frac{D}{r_a} + q_b \ln \frac{r_b}{D} \right)$$

Diferença de potencial entre dois condutores

- Na equação:

$$V_{ab} = \frac{q}{2\pi\varepsilon} \ln \frac{B}{A}$$

a referência está em q, ou seja:



denominador distância da carga a a

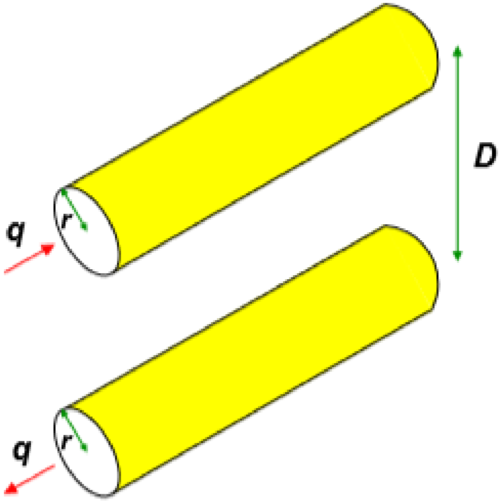
numerador distância da carga a b

Capacitância de uma linha monofásica

- Capacitância:

$$C = \frac{q}{v} \text{ F/m}$$

- Considere uma linha para a qual:
  - os raios dos condutores são iguais: $r_a = r_b = r$
  - $q_a = -q_b = q$



Capacitância de uma linha monofásica

- A diferença de potencial entre os dois condutores será:

$$
\begin{aligned}
V_{ab} &= \frac{q}{2\pi\varepsilon} \ln\frac{D}{r} - \frac{q}{2\pi\varepsilon} \ln\frac{r}{D} \\
&= \frac{q}{2\pi\varepsilon} \ln\left(\frac{D}{r}\right)^2 \\
&= \frac{q}{\pi\varepsilon} \ln\frac{D}{r} \text{ V}
\end{aligned}
$$

- Utilizando a definição de capacitância e assumindo que para o ar tem-se $\varepsilon_r = 1$:

$$
C_{ab} = \frac{\pi\varepsilon_0}{\ln(D/r)} = \frac{8{,}85\pi \cdot 10^{-12}}{\ln(D/r)} \text{ F/m}
$$

Reatância e Susceptância Capacitva

- Conhecido, a capacitância por unidade de longitude da fase ao neutro (C_{an}) en F/m, a Capacitância Total (C_{total}) se obtém dividindo-o pela *Longitude* em metros (m) da LT.
- $X_{Can} = \dfrac{1}{2\pi f C_{an}} \qquad [\dfrac{\Omega . m}{}]$

- Assim, reatância capacitiva paralelo total:

$$X_{Ctotal} = X_C / Longitud \quad [\,\Omega]$$

- Finalmente, se tem a susceptância capacitiva por unidade de longitude da fase ao neutro (B_{Cn}):
- $B_{Cn} = \dfrac{1}{X_{Can}} \qquad \left[\dfrac{S}{m}\right]$
- f: frequência em Hz (geralmente 60 Hz ou 50 Hz)

Reatância e Susceptância Capacitva

■ Exemplo

Determine a capacitância, reatância capacitiva e susceptância capacitiva por milha de uma linha monofásica que opera a 60 Hz. O espaçamento entre centros dos condutores é de 2 **m**.

raio externo é: $r = 0{,}0268\ \mathbf{m}$

- Solução:

Capacitância entre condutores:

$$C_{ab} = \frac{\pi \varepsilon_0}{\ln(D/r)} = \frac{\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}}{\ln(2/0{,}0268\ )} = \mathbf{6{,}44709}\ 10^{-12}\ \mathrm{F/m}$$

A reatância capacitiva é:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C_{ab}} = \mathbf{24{,}686308611\ G}\,\Omega{\cdot}\mathrm{m}$$

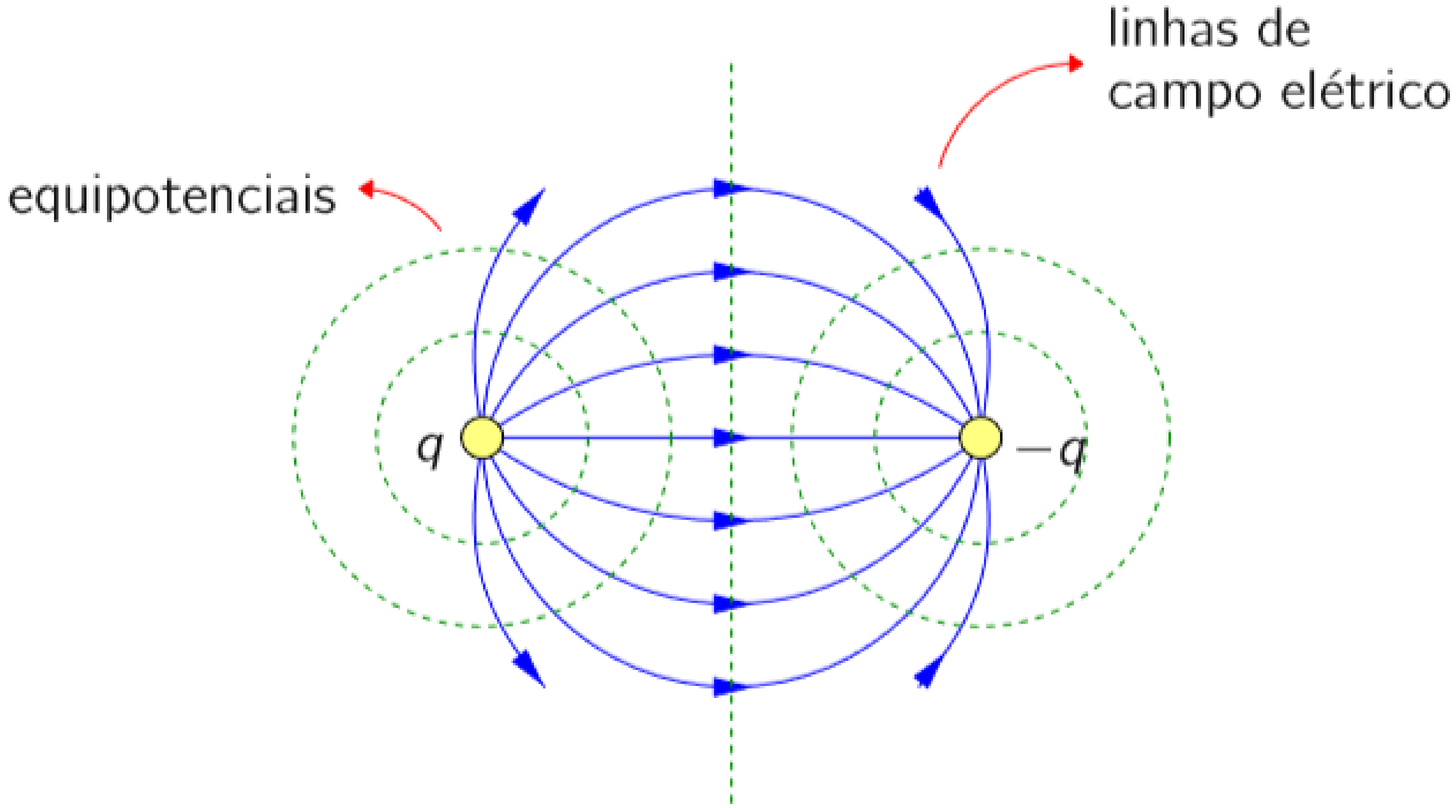
Susceptância capacitiva: $$B_C = \frac{1}{X_C} = 4{,}05083\mathrm{E}\text{-}11\ \ \mathrm{S/m}$$

A capacitância fase-terra (por condutor) é: $C_{an} = 2C_{ab} = 1{,}28942\mathrm{E}\text{-}12\ \ \mathrm{F/m}$

Reatância capacitiva por condutor: $$X_C = \frac{1}{2\pi f C_{an}} = 205{,}7145079\ \ \mathrm{G}\,\Omega{\cdot}\mathrm{m}$$

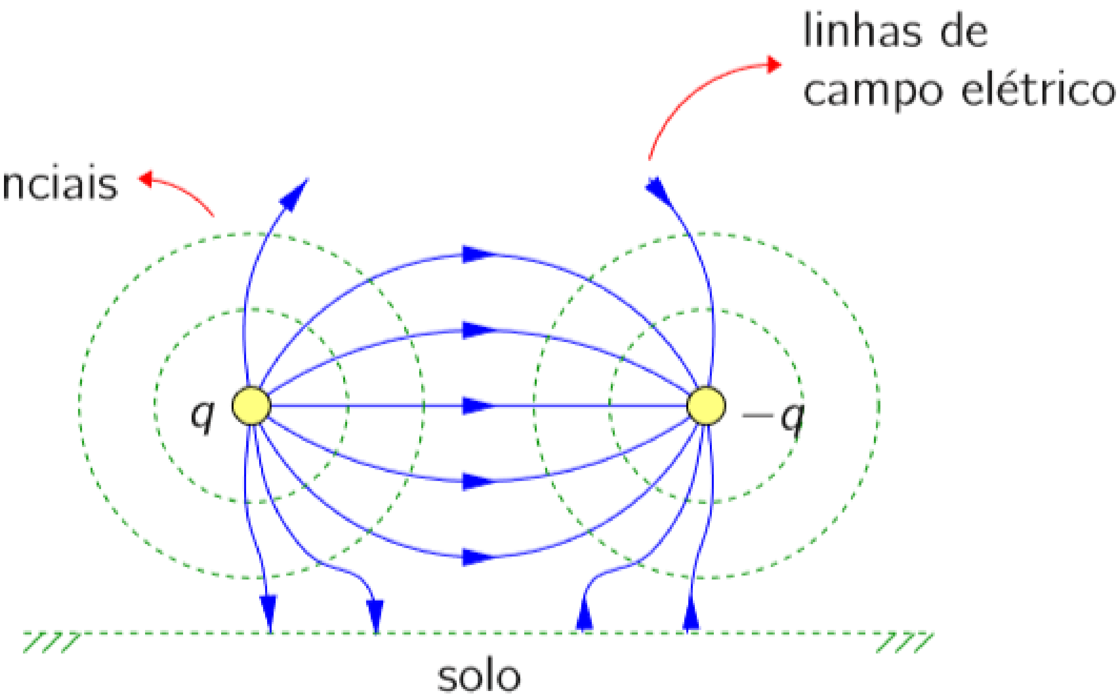
Influência do solo

- Considere a seguinte linha monofásica isolada:



As linhas de campo elétrico são normais às equipotenciais.

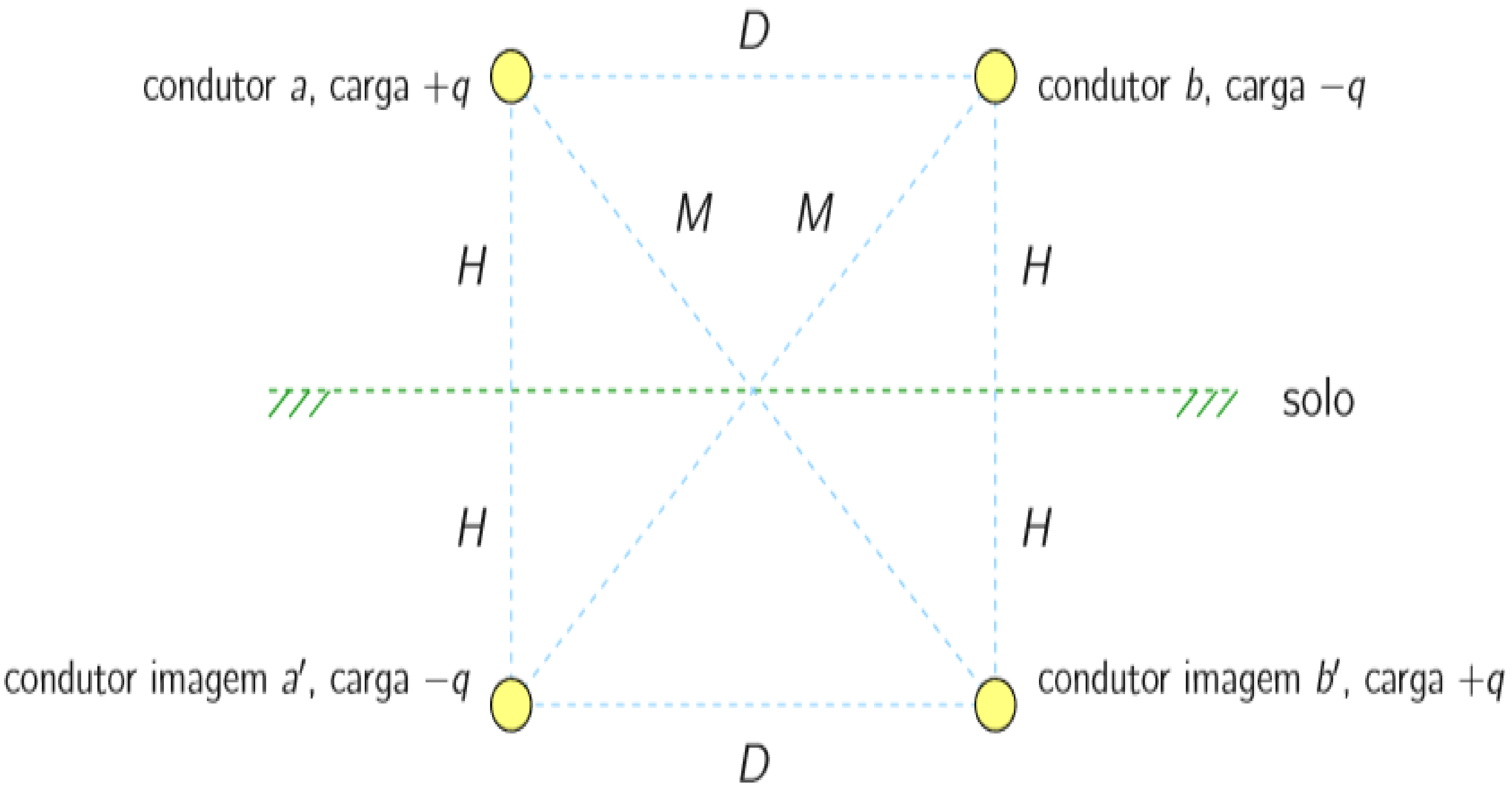
- Caso a linha esteja suficientemente perto do solo, tem-se:



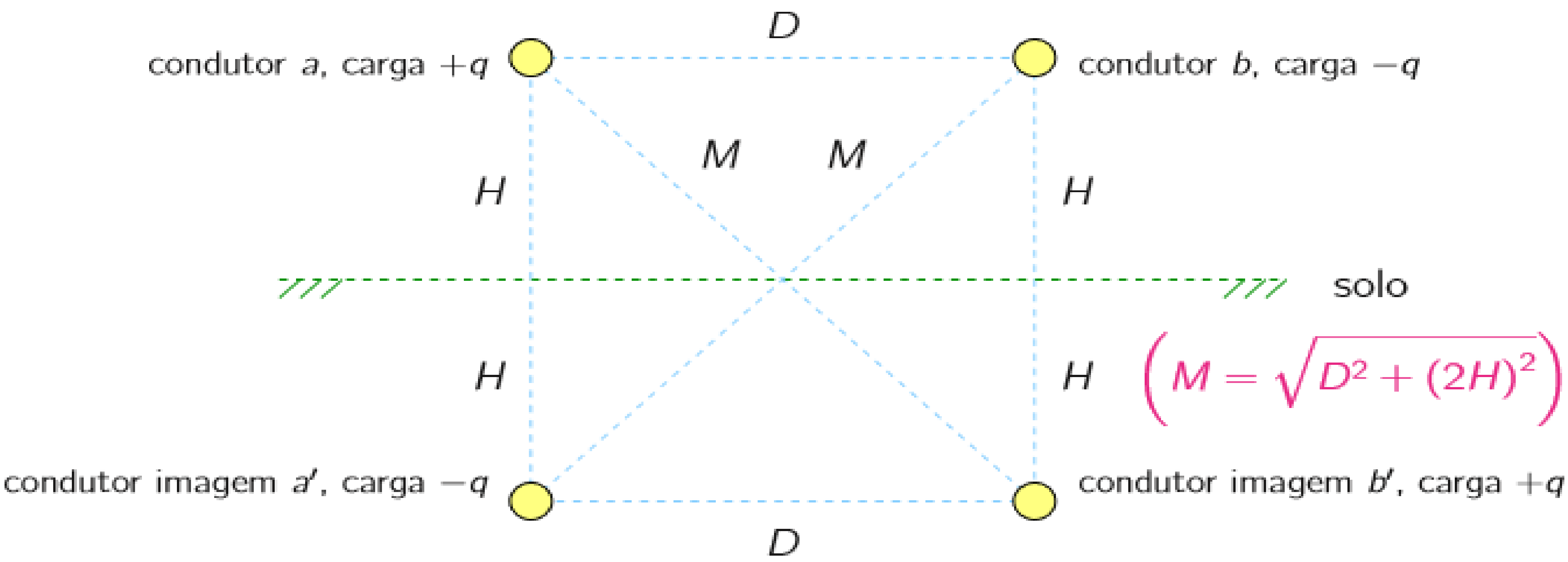
O solo também é uma superfície equipotencial, causando uma distorção nas linhas de campo elétrico, que serão normais a ele

A proximidade do solo altera o formato das linhas de campo elétrico $\rightarrow$ altera a capacitância

O efeito é maior quanto mais próxima a linha estiver do solo



D
condutor a, carga +q
condutor b, carga −q
M
M
H
H
solo
H
H
condutor imagem a′, carga −q
condutor imagem b′, carga +q
D



A tensão V_{ab} deve levar em conta o efeito de todas as quatro cargas:

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left[\underbrace{q \ln \frac{D}{r}}_{\text{devido a } q_a} + \left(\underbrace{-q \ln \frac{r}{D}}_{\text{devido a } q_b}\right) + \left(\underbrace{-q \ln \frac{M}{2H}}_{\text{devido a } q_{a'}}\right) + \underbrace{q \ln \frac{2H}{M}}_{\text{devido a } q_{b'}}\right]$$

$$= \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\left(\ln \frac{D^2}{r^2} + \ln \frac{(2H)^2}{M^2}\right) = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \ln\left(\frac{D^2}{r^2} \cdot \frac{(2H)^2}{(2H)^2 + D^2}\right)$$

Capacitância entre condutores: $$C_{ab} = \frac{q}{V_{ab}} = \frac{2\pi\varepsilon_o}{\ln\left(\frac{D^2}{r^2} \cdot \frac{(2H)^2}{(2H)^2+D^2}\right)}$$

O efeito da terra pode ser desconsiderado se $H \to \infty$: $$C'_{ab} = \lim_{H\to\infty} C_{ab} = \frac{\pi\varepsilon_o}{\ln(D/r)}$$

Exemplo

- No Exemplo Anterior Calcular o Efeito do solo, calcule a capacitância da linha, supondo que ela esteja a 10 metros e 30 metros acima da terra

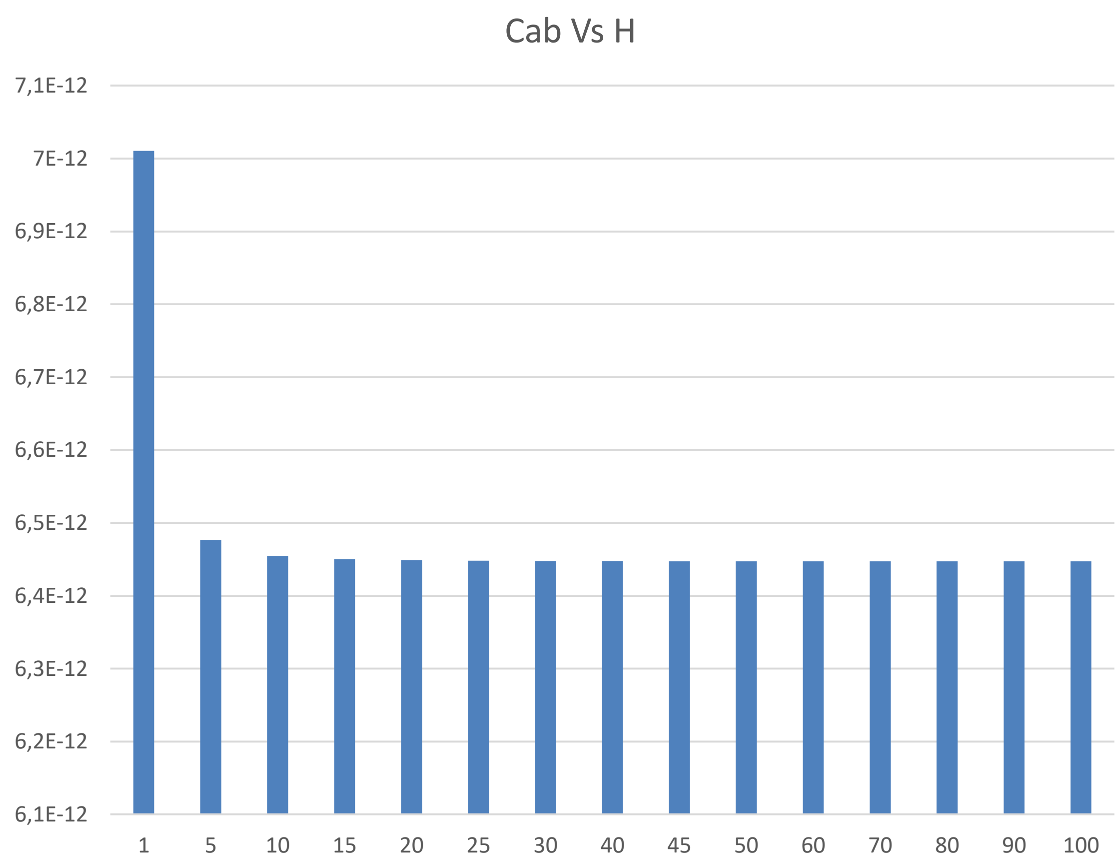
$$C_{ab} = \frac{q}{V_{ab}} = \frac{2\pi\varepsilon_o}{\ln\left(\frac{D^2}{r^2}\cdot\frac{(2H)^2}{(2H)^2+D^2}\right)}$$

- Solução: D=2, r=0,2 m
  Para H=10 metros

- $\frac{D^2}{r^2}\cdot\frac{(2H)^2}{(2H)^2+D^2}$ =K=2^2/(0,0268^2)*20^2/((20^2+2^2))=
- Cab= =2*PI()*8,85*10^(-12)/(LN(K))
- Cab= 6,45454E-12 F/m
- Para H=30 m: Cab= 6,44792E-12 FM

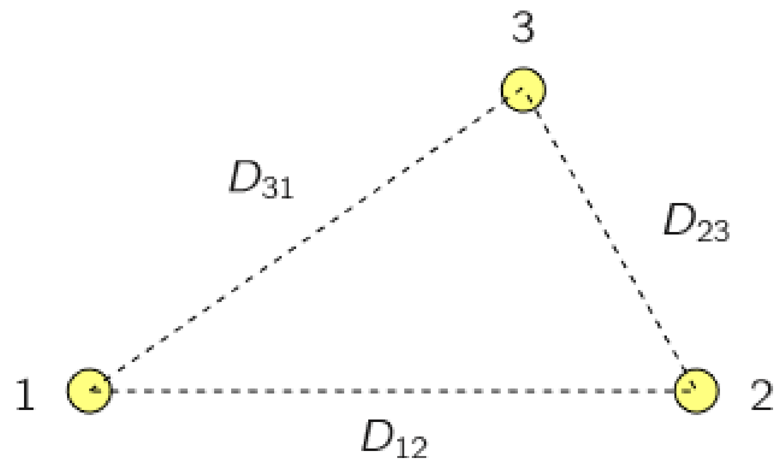
Exemplo

SEM EFEITO DO SOLO	$6{,}44709\ 10^{-12}$ F/m
Com efeito do solo para H=10 m	6,45454E-12 F/m
Com efeito do solo para H=30 m	6,44792E-12 F/m



Capacitância de linhas trifásicas com espaçamento assimétrico

- Considere a seguinte linha trifásica:



- Hipóteses:
  - os condutores têm o mesmo raio r
  - linha é transposta (igual ao caso da indutância) $\rightarrow$ obtém-se a capacitância média

Capacitância de linhas trifásicas com espaçamento assimétrico

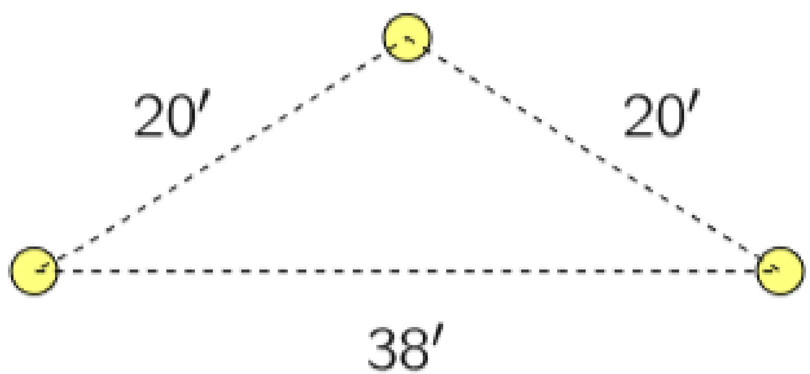
- Hipóteses:
  - os condutores têm o mesmo raio r
  - linha é transposta (igual ao caso da indutância) $\rightarrow$ obtém-se a capacitância média

  tem-se finalmente (para carga equilibrada $\rightarrow q_a + q_b + q_c = 0$):

$$C_{an} = C_{bn} = C_{cn} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(D_{eq}/r\right)} \text{ F/m}$$

Exemplo

- Determine a capacitância e a reatância capacitiva por metro da linha trifásica mostrada a seguir. O condutor é CAA Drake, o comprimento da linha e de 300 km e a tensão normal de operação é 220 kV a 60 Hz. Determine também a reatância capacitiva total da linha e a potência reativa de carregamento.
- O raio externo em pés é 0,0462’.



Solução

Espaçamento equilátero equivalente:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{20 \cdot 20 \cdot 38} = 24{,}7712'$$

Capacitância fase-neutro:

$$C_{an} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln(24{,}7712/0{,}0462)} = 8{,}8482 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

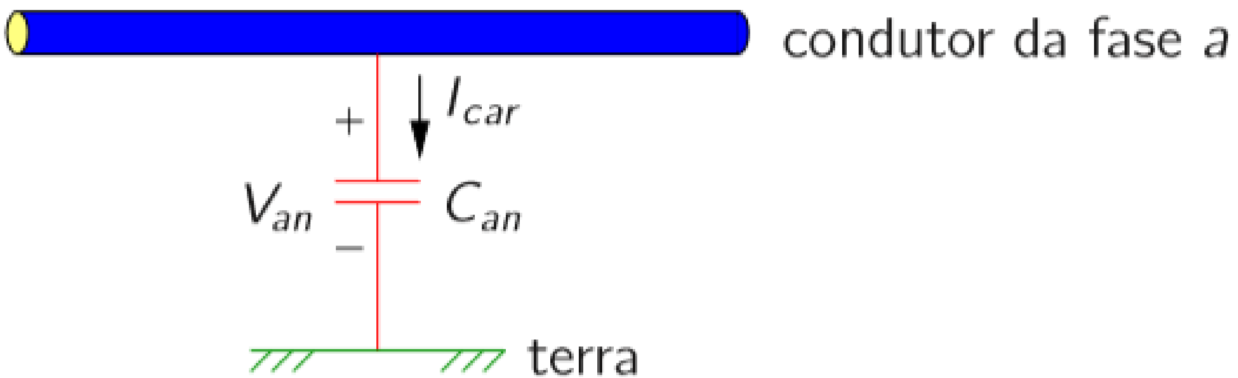
Reatância capacitiva:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C_{an}} = 299{,}7875 \text{ M}\Omega{\cdot}\text{m}$$

Solução

- Xtotal= 299,7875 /300.000=999,291 Ω

Para o cálculo da corrente de carregamento, considere a seguinte situação:



Portanto:

$$I_{car} = \frac{V_{an}}{X} = \frac{220 \cdot 10^3/\sqrt{3}}{999{,}291} = 127{,}10\ \text{A}$$

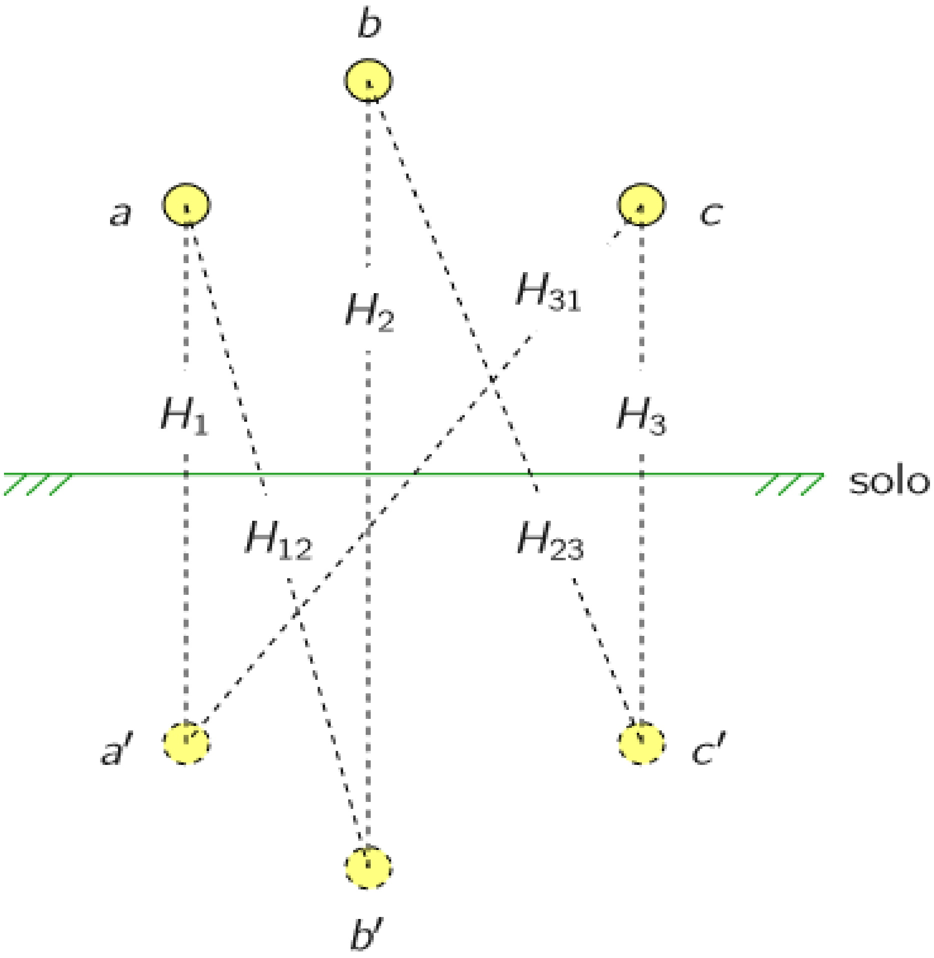
Solução

Potência reativa trifásica gerada na linha:

$$Q_C = 3\,V_{an}\,I_{car}$$
$$= 3\,\frac{V_{ab}}{\sqrt{3}}\,I_{car}$$
$$= \sqrt{3}\,V_{ab}\,I_{car} = \text{48434307,63 Mvar}$$

A potência reativa gerada nesta linha é bem menor que a gerada em cabos Subterranêos.

O Efeito do Solo



$$C_{an} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{D_{eq}}{r}\cdot\frac{\sqrt[3]{H_1 H_2 H_3}}{\sqrt[3]{H_{12} H_{23} H_{31}}}\right)} \ \mathrm{F/m}$$

Condutores múltiplos por fase

- Para n condutores, considera-se que a carga em cada um seja de q_a/n (para a fase a)

- O procedimento para a obtenção da capacitância é semelhante ao que já foi feito até agora e o resultado final é:

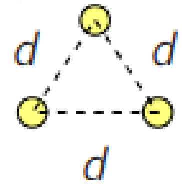
$$C_{an} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(D_{eq}/D_{sC}^{b}\right)} \text{ F/m}$$

$$C_{an} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(D_{eq}/D_{sC}^{b}\right)} \text{ F/m}$$

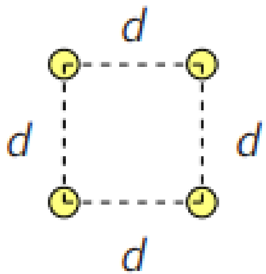
em que:

$D_{sC}^{b} = \sqrt{rd}$ dois condutores por fase

$D_{sC}^{b} = \sqrt[3]{rd^2}$ três condutores por fase



$D_{sC}^{b} = 1{,}09\sqrt[4]{rd^3}$ quatro condutores por fase



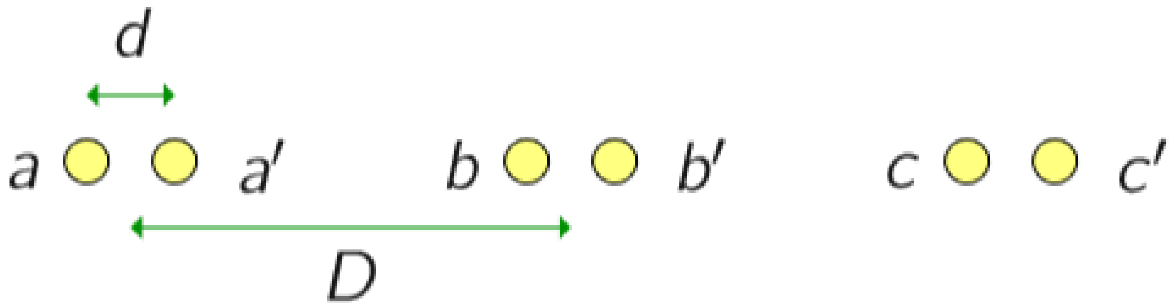
Os D_{sC}^{b} são RMG modificados em relação aos RMG usados no cálculo das indutâncias, pois o raio externo substitui o raio efetivo

r=raio do condutor sólido.

r= raio externo do condutor encordoado encontrado em Tabelas!

Exemplo

Determine a reatância capacitiva por fase da linha trifásica mostrada a seguir.



Condutor ACSR Pheasant

$d = 45$ cm

$D = 8$ m

Comprimento da linha $\ell = 160$ km

o raio externo em metros é: $r = 0{,}0176$ m

Solução

RMG modificado da linha:

$$D_{sC}^{b} = \sqrt{0{,}0176 \cdot 0{,}45} = 0{,}0890 \text{ m}$$

Espaçamento equilátero equivlente:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{8 \cdot 8 \cdot 16} = 10{,}0794 \text{ m}$$

Capacitância:

$$C_{an} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(10{,}0794/0{,}0890\right)} = 11{,}7570 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

Sulução

$$C_{an} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln(10{,}0794/0{,}0890)} = 11{,}7570 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{F/m}$$

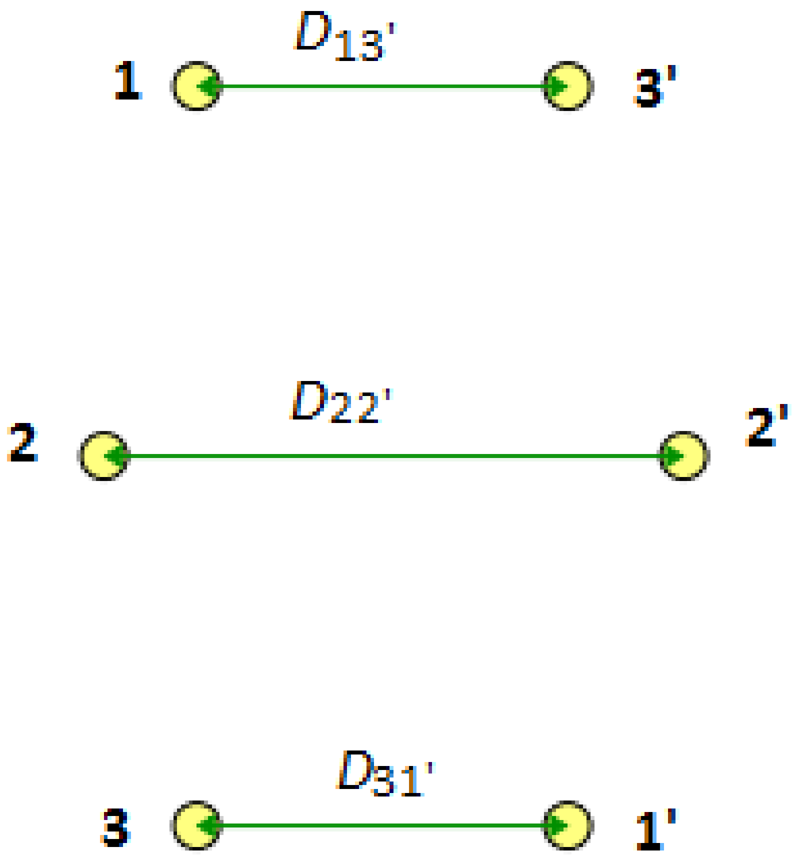
Reatância capacitiva por unidade de comprimento:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C_{an}} = 225{,}6173\ \mathrm{M\Omega{\cdot}m} = 0{,}1402\ \mathrm{M\Omega{\cdot}m}$$

Reatância capacitiva da linha:

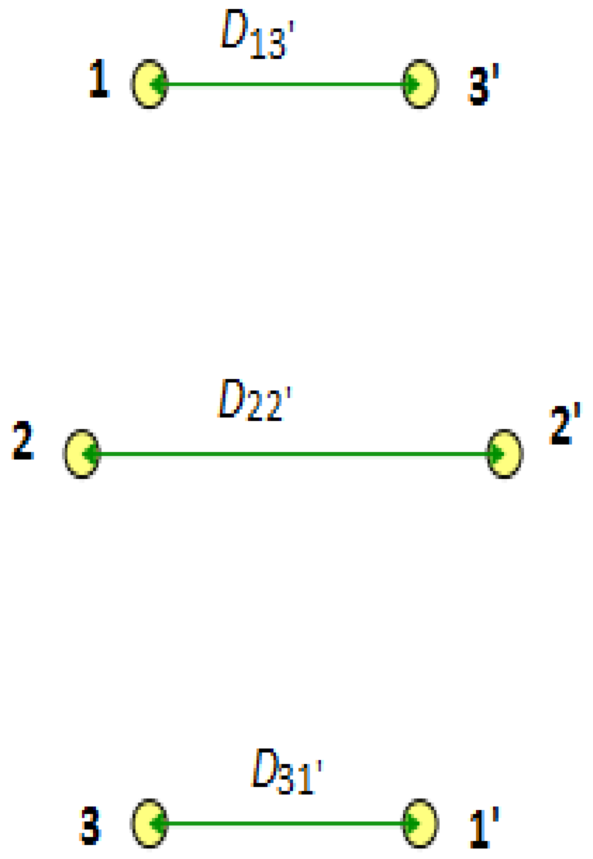
$$X = \frac{X_C}{\ell} = \frac{225{,}6173 \cdot 10^6}{160 \cdot 10^3} = 1410{,}11\ \Omega$$

Linhas trifásicas de circuitos em paralelo



Linhas trifásicas de circuitos em paralelo

- $C_{an} = \dfrac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\dfrac{DMG_{ff}}{RMG_f}\right)}$ $\dfrac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$
- ε_0: 8,85x 10^{-12}
- $C_{an} = \dfrac{0{,}0556062}{\ln\left(\dfrac{DMG_{ff}}{RMG_f}\right)}$ $\dfrac{\mu\mathrm{F}}{\mathrm{km}}$
- DMG_{ff}: Distância média Geomêtrica entre fases
- RMG_f: Radio médio geomêtrico de uma fase



Linhas trifásicas de circuitos em paralelo

- **Doble circuito simplex (1 conductor por fase):**

$$DMG_{ff} = \sqrt[3]{DMG_{12}DMG_{13}DMG_{23}}$$

$$DMG_{12} = \sqrt[4]{D_{12}D_{1'2'}D_{12'}D_{1'2}}$$

$$DMG_{13} = \sqrt[4]{D_{13}D_{1'3'}D_{13'}D_{1'3}}$$

$$DMG_{23} = \sqrt[4]{D_{23}D_{2'3'}D_{23'}D_{2'3}}$$

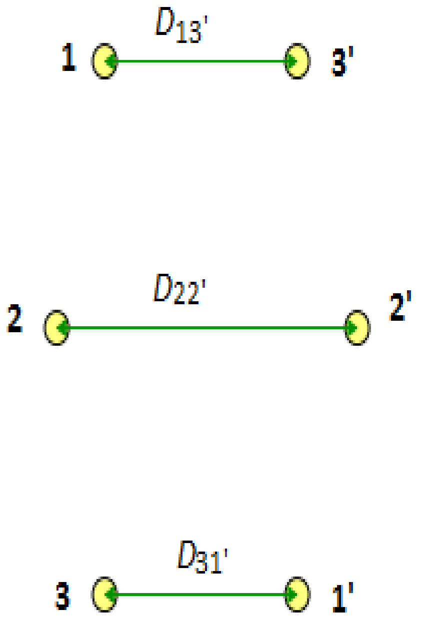
$$RMG_{f} = \sqrt[6]{D_{11}D_{11'}D_{22}D_{22'}D_{33}D_{33'}}$$

$$Donde:$$

$$D_{11} = D_{22} = D_{33} = RMG = r$$

r=raio do condutor sólido.

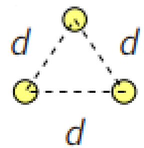
r= raio externo do condutor encordoado encontrado em Tabelas!



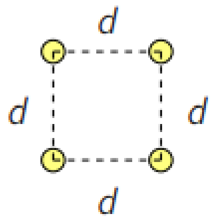
Linhas trifásicas de circuitos em paralelo

- **Capacitância por fase de una Línea Trifásica Doble circuito duplex (2, 3 e 4 condutores por fase):**
- DMG_{ff}: Distancia média Geométrica entre fases é calculada em forma similar ao caso de um condutor por fase.

$$RMG = \sqrt[5]{rdD_{11'}D_{22'}D_{33'}}$$



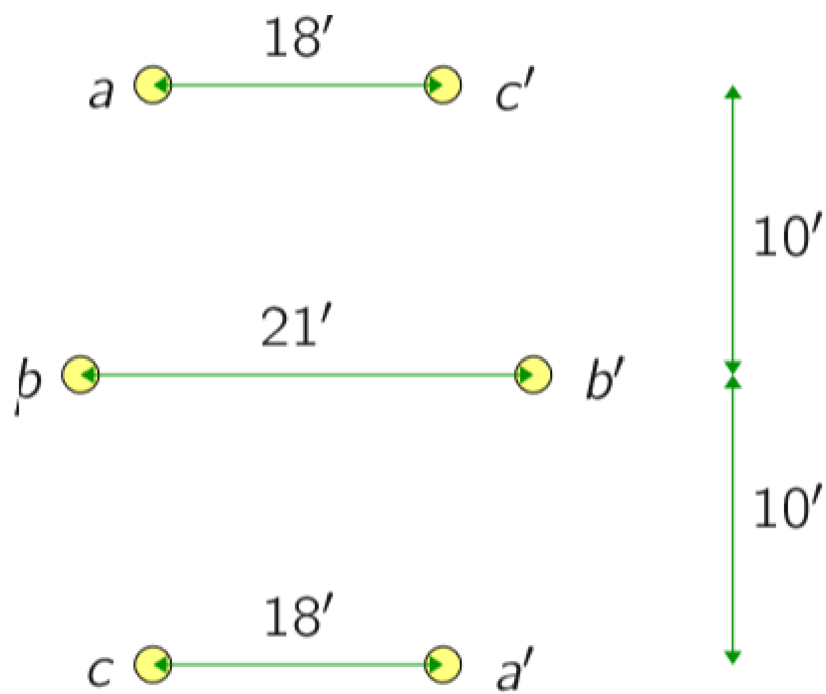
$$RMG = \sqrt[6]{rd^2D_{11'}D_{22'}D_{33'}}$$



$$RMG = \sqrt[7]{rd^3D_{11'}D_{22'}D_{33'}}$$

Tarefa para casa

Obtenha a susceptância capacitiva por fase da linha trifásica de circuito duplo mostrada a seguir, que é composta por condutores CAA 26/7 Ostrich



O raio externo em pés é: $r = 0{,}0283'$