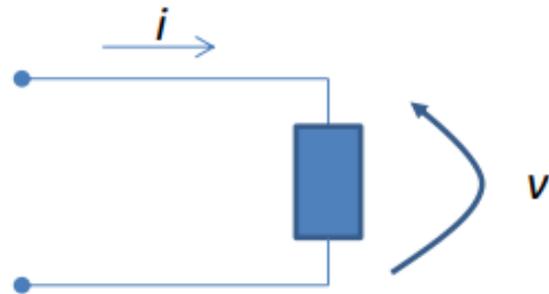


Circuitos Monofásicos
Circuitos Trifásicos

Carga Resistiva

Potência fornecida a **uma carga resistiva**, em **corrente alternada senoidal**:



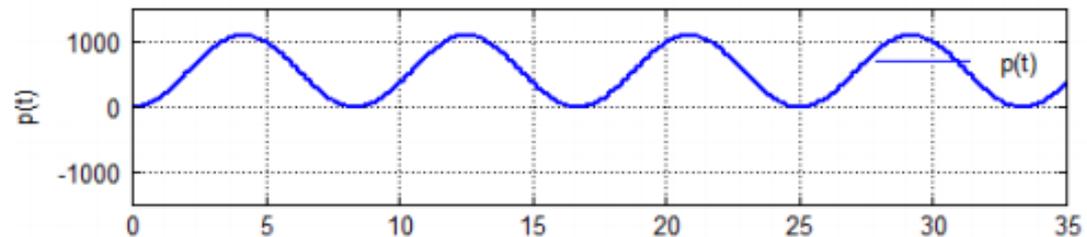
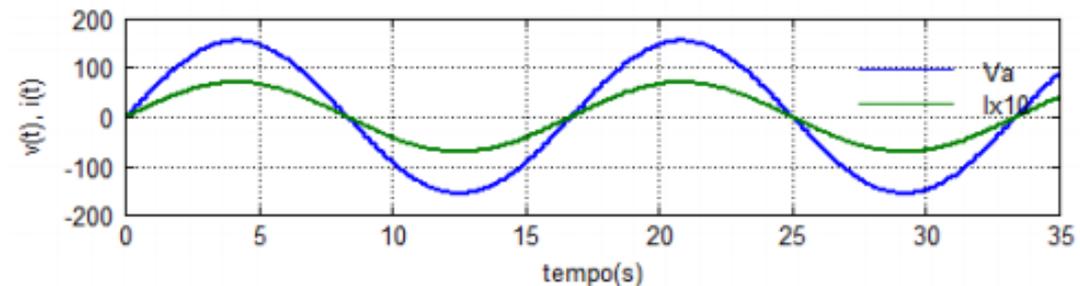
$v(t)$ e $i(t)$ estão em fase:

$$v(t) = V_m \text{sen}(\omega t)$$

$$i(t) = I_m \text{sen}(\omega t)$$

$$p(t) = V_{ef} I_{ef} - V_{ef} I_{ef} \cos(2\omega t)$$

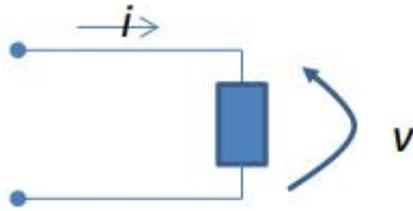
potência média = $V_{ef} I_{ef}$ =
potência útil = *potência ativa*



Toda energia fornecida ao resistor é utilizada para realizar trabalho

Potência ativa: necessária para realizar trabalho (aquecimento, movimento, luz...)

Carga Indutiva Ideal



$v(t)$ e $i(t)$ estão defasados de $\theta = 90^\circ$:

$$v(t) = V_m \text{sen}(\omega t)$$
$$i(t) = I_m \text{sen}(\omega t - 90^\circ)$$

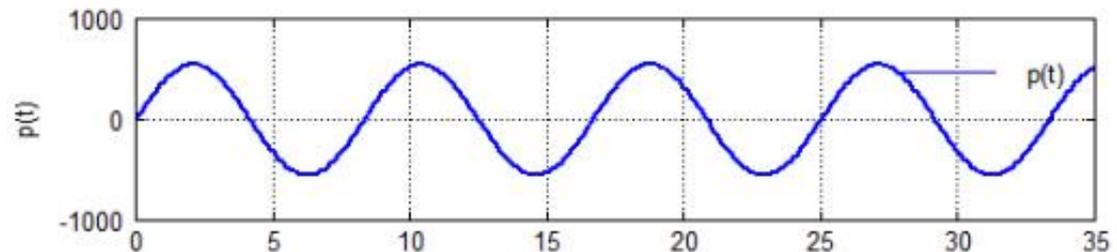
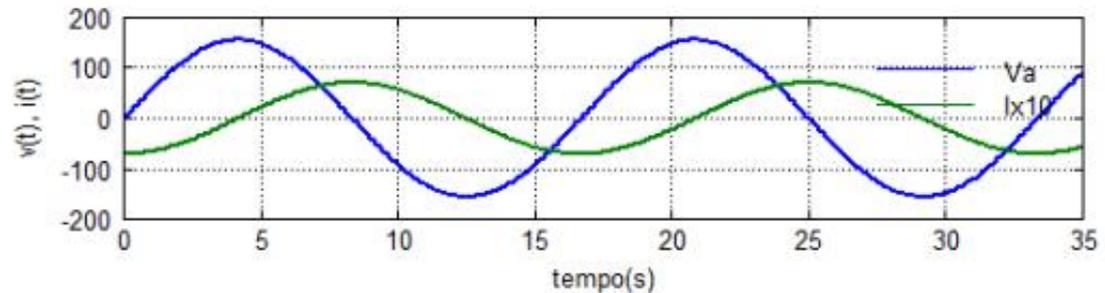
$$p(t) = V_{ef} I_{ef} \cos\theta - V_{ef} I_{ef} \cos\theta \cos(2\omega t) + V_{ef} I_{ef} \text{sen}\theta \text{sen}(2\omega t)$$

↓

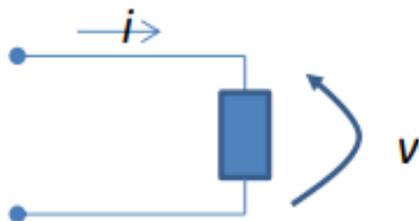
$$p(t, \theta = 90^\circ) = V_{ef} I_{ef} \text{sen}(2\omega t)$$

potência média = zero
= potência ativa

- . Troca de potência entre fonte e carga num ciclo = nula;
- . Nenhuma energia é perdida no processo



Carga Capacitiva



$v(t)$ e $i(t)$ estão defasados de 90° :

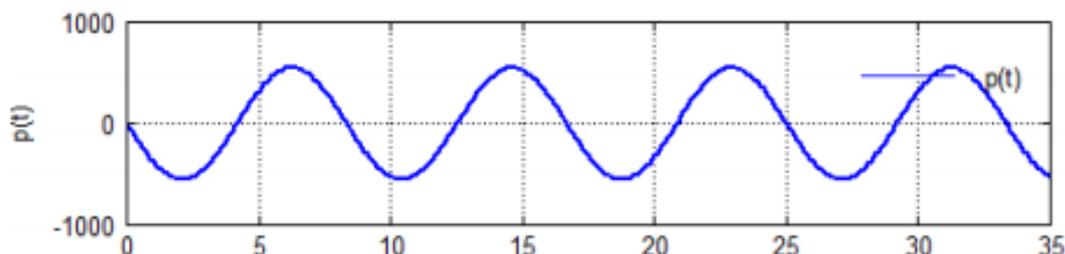
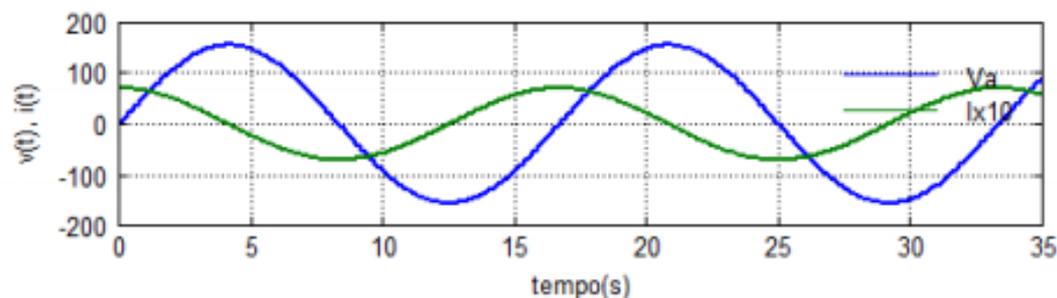
$$v(t) = V_m \text{sen}(\omega t)$$
$$i(t) = I_m \text{sen}(\omega t + 90^\circ)$$

$$p(t) = V_{ef} I_{ef} \cos\theta - V_{ef} I_{ef} \cos\theta \cos(2\omega t) + V_{ef} I_{ef} \text{sen}\theta \text{sen}(2\omega t)$$


$$p(t, \theta = -90^\circ) = -V_{ef} I_{ef} \text{sen}(2\omega t)$$

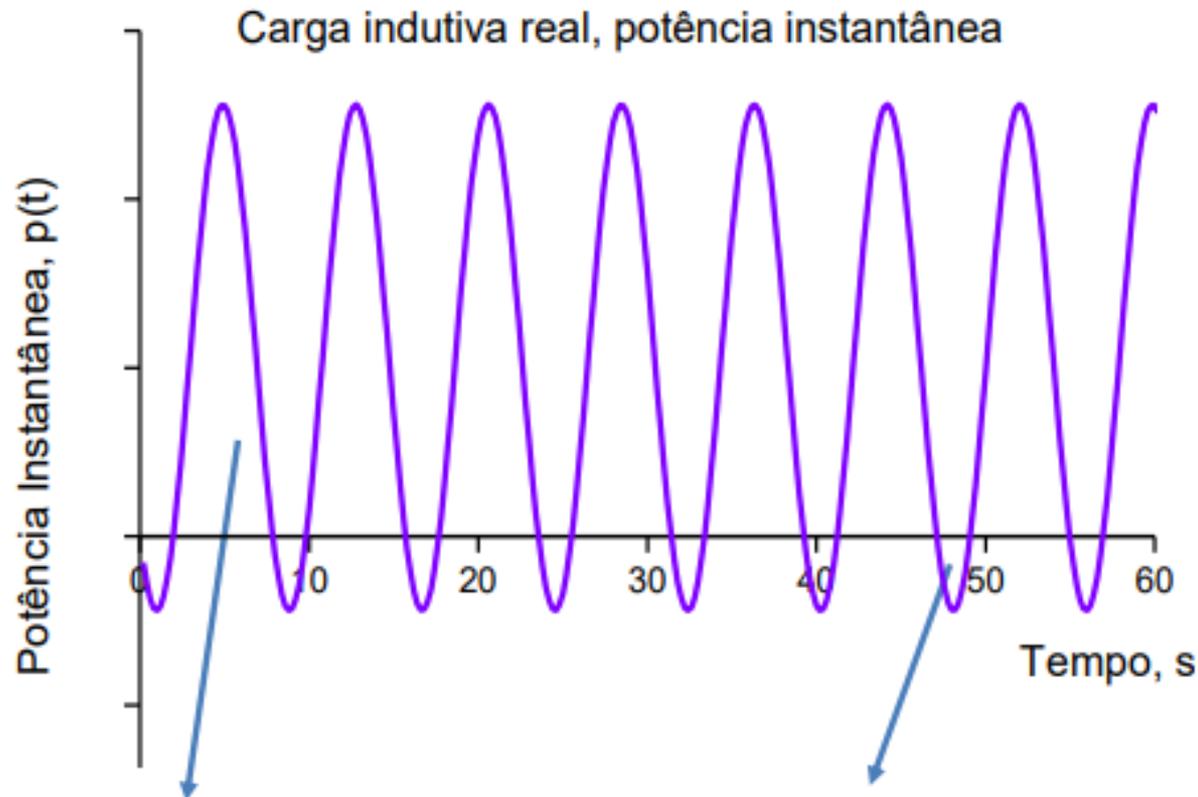
potência média = zero
= potência ativa

- . Troca de potência entre fonte e carga num ciclo = nula;
- . Nenhuma energia é perdida no processo.



Carga Indutiva Real

exemplos: Lâmpada Fluorescente ou Motor de Indução

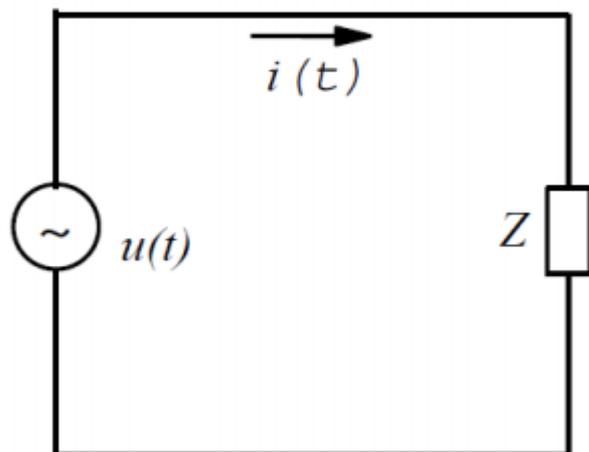


. Parte da energia absorvida pela carga realiza trabalho (calor ou movimento, por exemplo)

. Parte da energia fornecida à carga é devolvida para fonte, não realizando trabalho.

Potência em circuitos de corrente alternada

- Conceitos básicos.



- Nos terminais da fonte tem-se uma tensão senoidal expressa por:

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot U_{ef} \cdot \text{sen}(wt)$$

$$\hat{U} = U_{ef} \angle 0^\circ \quad \text{V}$$

- A impedância Z pode ser expressa por:

$$Z = |Z| \angle \phi = R + jX \quad \Omega$$

- Nesse caso, a corrente em regime permanente corresponde a:

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I_{ef} \cdot \text{sen}(wt - \phi) = \sqrt{2} \cdot \frac{U_{ef}}{|Z|} \cdot \text{sen}(wt - \phi)$$

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{Z} = \frac{U_{ef} \angle 0^\circ}{|Z| \angle \phi} = \frac{U_{ef}}{|Z|} \angle -\phi = I_{ef} \angle -\phi \quad \text{A}$$

Potência em circuitos de corrente alternada

- Potência instantânea fornecida pela fonte:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

- Substituindo $u(t)$ e $i(t)$ tem-se:

$$p(t) = 2 \cdot U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \text{sen}(wt) \cdot \text{sen}(wt - \phi)$$

- Através de algumas relações trigonométricas, obtém-se:

$$p(t) = \underbrace{U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\phi) \cdot [1 - \cos(2wt)]}_{\{A\}} - \underbrace{U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \text{sen}(\phi) \cdot \text{sen}(2wt)}_{\{B\}}$$

Potência em circuitos de corrente alternada

$$p(t) = \underbrace{U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\phi) \cdot [1 - \cos(2\omega t)]}_{\{A\}} - \underbrace{U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(2\omega t)}_{\{B\}}$$

- O Termo {A} tem uma componente constante:

$$U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\phi)$$

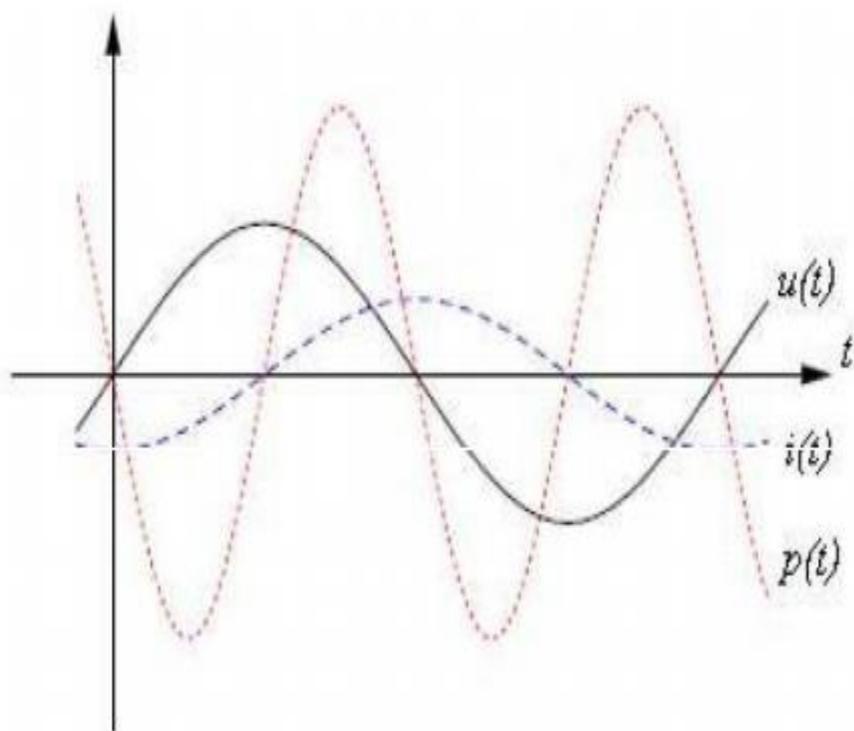
- e uma componente “cossenoidal” cuja frequência é o dobro da frequência da tensão:

$$-U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\phi) \cdot [\cos(2\omega t)]$$

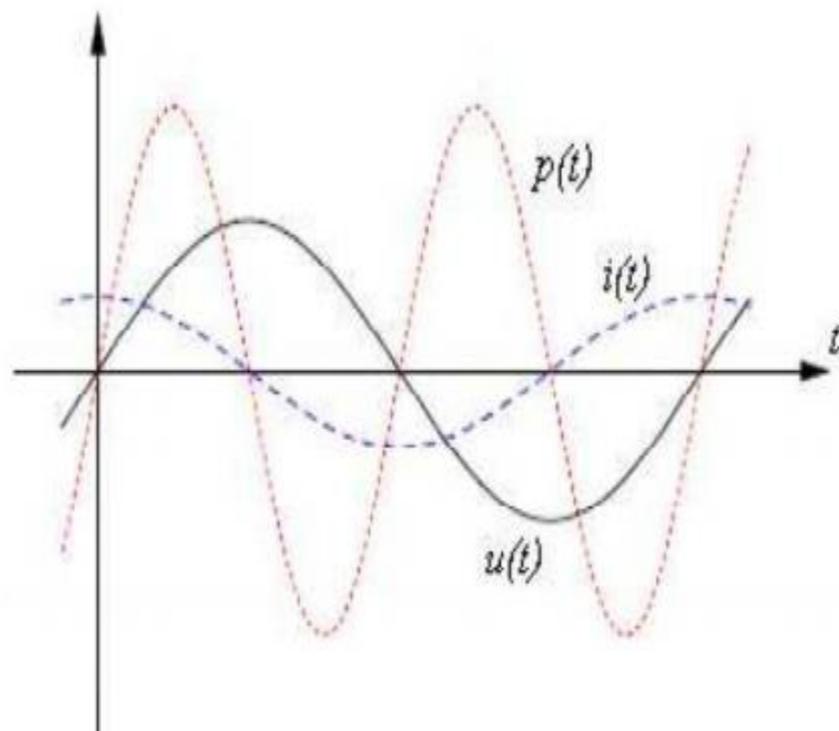
- O Termo {B} é “senoidal” com frequência dupla:

Potência em circuitos de corrente alternada

- Comportamento elétrico do capacitor e do indutor sob o ponto de vista da energia armazenada.



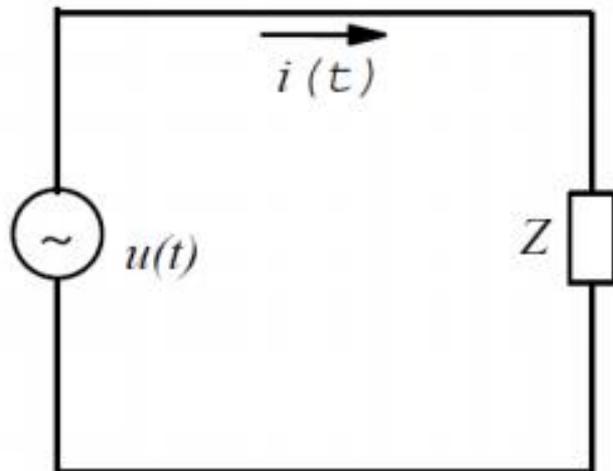
indutor



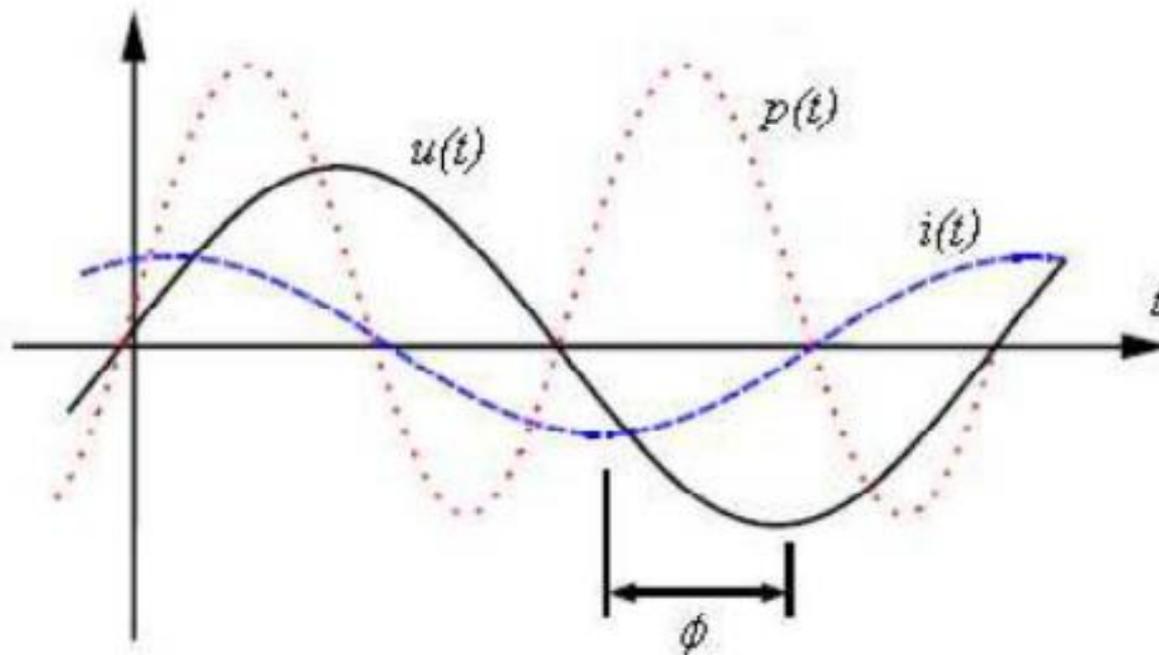
capacitor

Potência em circuitos de corrente alternada

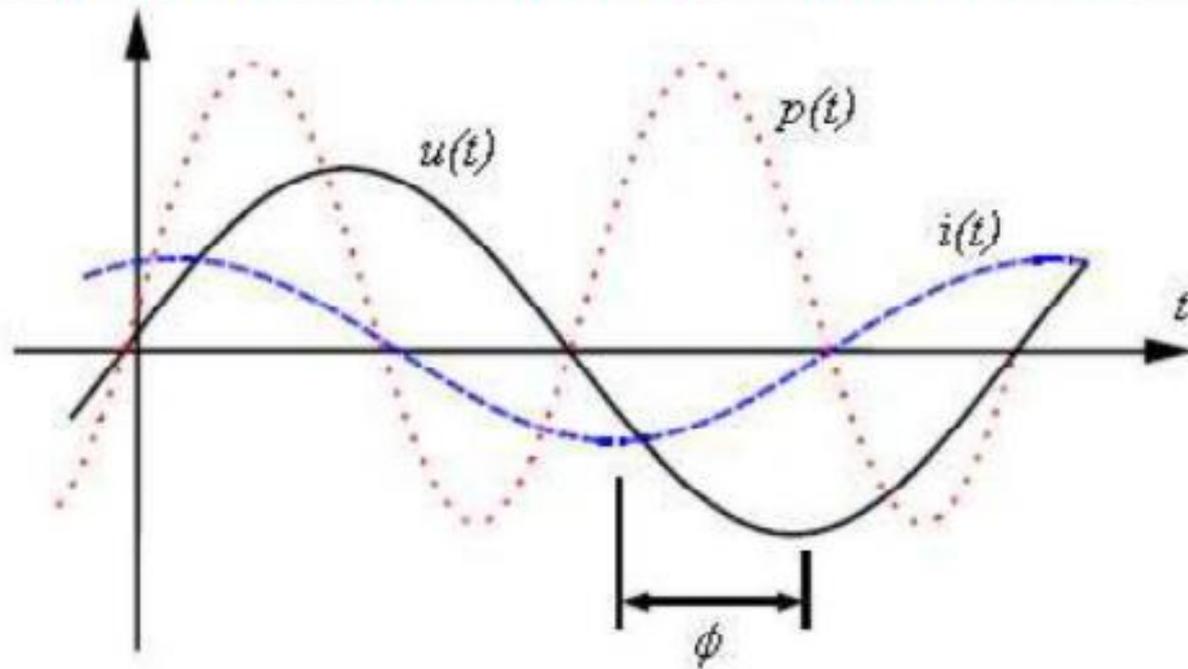
■ Impedância RLC.



- Se a impedância Z corresponde a um RLC série com as formas de onda indicadas abaixo.
- Carga RLC com comportamento capacitivo.



Potência em circuitos de corrente alternada



A potência assume valores positivos e negativos ao longo do tempo e o valor médio da potência fornecida é dado por:

$$P_m = U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\phi) \quad [\text{W}]$$

- Comparando-se a área sob a parte positiva da curva $p(t)$ com a área contida na parte negativa, conclui-se que a energia fornecida pela fonte é maior do que a energia que lhe é devolvida, indicando que ao longo do tempo há uma energia líquida que é consumida pela carga, devido à existência de bipolos resistivos na composição da carga.

Potência em circuitos de corrente alternada

- Definições:
- Retomando a expressão da potência instantânea:

$$p(t) = \underbrace{U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\phi) \cdot [1 - \cos(2\omega t)]}_{\{A\} \text{ ou } p_A(t)} - \underbrace{U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(2\omega t)}_{\{B\} \text{ ou } p_R(t)}$$

- O termo $\{A\}$, representado por $p_A(t)$, é denominado **potência ativa instantânea**.
- O termo $\{B\}$, representado por $p_R(t)$, é denominado **potência reativa instantânea**.
- Valores médios de $p_A(t)$ e $p_R(t)$:

$$P_{Am} = U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\phi) = P_m$$

$$P_{Rm} = 0$$

Potência em circuitos de corrente alternada

- Simplificando, define-se:

$$P = P_{Am} = U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\phi) = P_m$$

- como a potência ativa, que corresponde ao valor médio de $p_A(t)$ e de $p(t)$.

- Define-se

$$Q = U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \sen(\phi)$$

como a potência reativa, que corresponde ao valor de pico de $p_R(t)$.

Potência em circuitos de corrente alternada

- Retomando os fasores associados à tensão e à corrente:

$$\hat{U} = U_{ef} \angle 0^\circ \quad \hat{I} = I_{ef} \angle -\phi$$

- define-se o número complexo S (potência complexa) como:

$$S = \hat{U} \cdot \hat{I}^*$$

$$S = U_{ef} \angle 0^\circ \cdot (I_{ef} \angle -\phi)^*$$

$$S = U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos \phi + jU_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \text{sen} \phi$$

- Retomando as expressões definidas para a P e para a Q :

$$P = U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\phi) \quad Q = U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \text{sen}(\phi)$$

- a expressão para a potência complexa resulta:

$$S = P + jQ$$

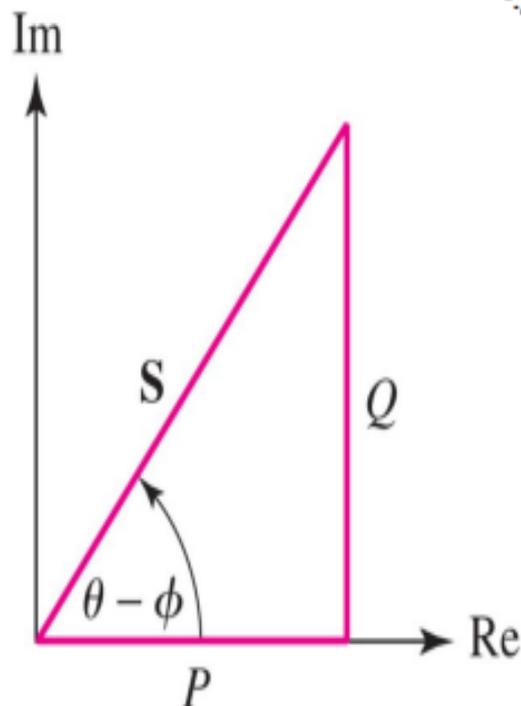
$$S = |S| \angle \phi \quad |S| = U_{ef} \cdot I_{ef} = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad \text{tg} \phi = \frac{Q}{P}$$

- $|S|$ é denominado potência aparente.

Potência Complexa

- Define-se a potência complexa \mathbf{S} como:

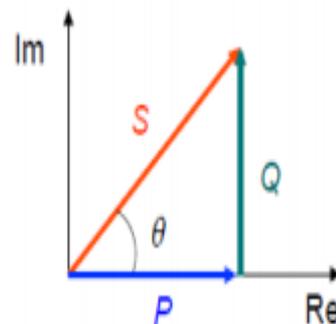
$$\mathbf{S} = \mathbf{V}_{eff} \mathbf{I}_{eff}^* = V_{eff} I_{eff} e^{j(\theta - \phi)} = P + jQ$$



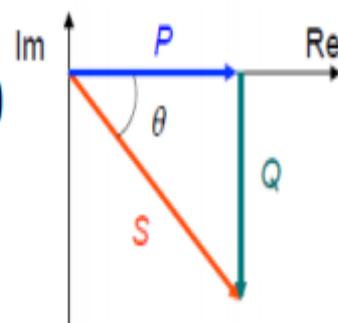
- A parte real de \mathbf{S} é P , potência média.
- A parte imaginária de \mathbf{S} é Q , potência reativa.

Potência Complexa em termos de um diagrama:

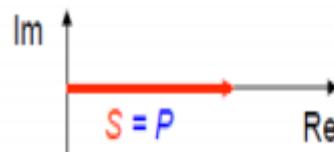
- Carga Indutiva (FP atrasado) $0 < \theta \leq 90^\circ$, $Q > 0$:



- Carga Capacitiva (FP adiantado) $-90^\circ < \theta \leq 0^\circ$, $Q < 0$



- Carga com FP = 1 requer $Q=0$, pois $\theta = 0^\circ$:



$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{Q}{P}\right)$$

Conceito de Potência Aparente, Potência Ativa e Potência Reativa

POTÊNCIA ATIVA (P):

- . Potência que é paga para a concessionária
- . Usada para realizar trabalho (geração de luz, calor, rotação de um motor, etc...)
- . **Unidade física: W**
- . É o valor médio de $p(t)$; ($p(t)$ = potência instantânea, oscila com o dobro da frequência da rede)

POTÊNCIA REATIVA (Q):

- . Potência que é usada para gerar e manter os campos eletromagnéticos (fundamentais na aplicação de motores, geradores, transformadores)
- . Não realiza trabalho útil
- . **Unidade física: VAr**

POTÊNCIA APARENTE (Pap):

- . Potência que é solicitada da concessionária;
- . **Unidade física: VA;**
- . É a soma vetorial de P e Q. Seu módulo é calculado por $V_{ef} \cdot I_{ef}$

Potência em circuitos de corrente alternada

- A potência aparente é a grandeza utilizada no dimensionamento de instalações elétricas industriais e de equipamentos em geral (transformadores, motores, etc.).
- A potência ativa é associada à energia que, ou nos circuitos ou nos equipamentos, é convertida em outras formas: mecânica, térmica, acústica, etc.
- A potência reativa é associada à energia necessária para formar os campos elétricos e/ou magnéticos necessários em determinados equipamentos, como por exemplo, nos motores.

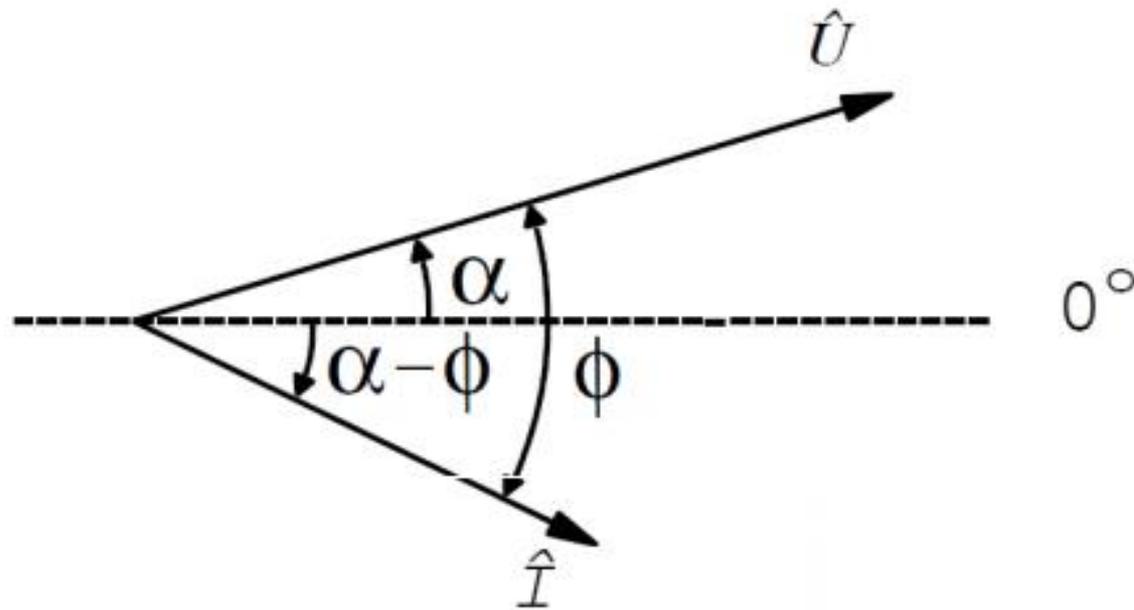
Potência em circuitos de corrente alternada

- Unidades:
- Potência complexa (S)
- Potência **Aparente** ($|S|$)
 - Volt-Ampère (VA)
 - kilo-volt-ampère (kVA)
 - Mega-volt-ampère (MVA)
- Potência **Reativa** (Q)
 - Volt-Ampère reativo (VAr)
 - kilo-volt-ampère reativo (kVAr)
 - Mega-volt-ampère reativo (MVAr)
- Potência **Ativa** (P):
 - Watt (W)
 - kilo-Watt (kW)
 - Mega-Watt (MW)

Fator de potência

$$\hat{U} = U_{ef} \angle \alpha$$

$$\hat{I} = I_{ef} \angle (\alpha - \phi)$$



- Potência complexa:

$$S = \hat{U} \cdot \hat{I}^* = U_{ef} \cdot I_{ef} \angle \phi$$

- Potência ativa:

$$P = |S| \cdot \cos(\phi) = U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\phi)$$

Fator de potência

- Potência complexa:

$$S = \hat{U} \cdot \hat{I}^* = U_{ef} \cdot I_{ef} \angle \phi$$

- Potência ativa:

$$P = |S| \cdot \cos(\phi) = U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\phi)$$

- O $\cos(\phi)$ pode ser interpretado como um fator que define a parcela da potência aparente que é dissipada nos elementos resistivos do circuito. Este fator é denominado de fator de potência.

- Da definição de potência ativa, tem-se:

$$fp = \cos(\phi) = \frac{P}{|S|} = \frac{P}{U_{ef} \cdot I_{ef}}$$

O fator de potência é o cosseno do ângulo de defasagem entre a tensão e a corrente do circuito.

Fator de potência - Convenção

Para tornar explícita a diferença entre as características das cargas, diz-se que:

1. para uma carga **indutiva**, o fator de potência é **indutivo** ou **atrasado**, indicando que a **corrente** está **atrasada** em relação à **tensão**.
2. Para a carga **capacitiva**, o fator de potência é **capacitivo** ou **adiantado**, indicando que a **corrente** está **adiantada** em relação à **tensão**.

Potência em circuitos de corrente alternada

- A Potência Ativa (W) representa a porção líquida do copo, ou seja, a parte que realmente será utilizada para matar a sede.
- Como na vida nem tudo é perfeito, junto vem uma parte de espuma, representada pela Potência Reativa (VAr).
- Essa espuma está ocupando lugar no copo, porém não é utilizada para matar a sede.
- O conteúdo total do copo representa a Potência Aparente (VA).
- A analogia da cerveja pode ser utilizada para tirarmos algumas conclusões iniciais:
 - Quanto menos espuma tiver no copo, haverá mais cerveja.
 - Da mesma maneira, quanto menos Potência Reativa for consumida, maior será o Fator de Potência.
 - Se um sistema não consome Potência Reativa, possui um Fator de Potência unitário, ou seja, toda a potência drenada da fonte (rede elétrica) é convertida em trabalho.

Resumo das Grandezas Associadas à Potência Complexa

Grandeza	Símbolo	Fórmula	Unidades
Potência Média	P	$V_{ef}I_{ef}\cos(\theta - \phi)$	Watt (W)
Potência Reativa	Q	$V_{ef}I_{ef}\sin(\theta - \phi)$	Volt-ampèrerreativo (VAR)
Potência Complexa	S (\vec{S})	$P + jQ$ $V_{ef}I_{ef}\underline{(\theta-\phi)}$ $\vec{V}_{ef} \cdot \vec{I}_{ef}^*$	Volt-ampère (VA)
Potência Aparente	S	$V_{ef}I_{ef}$	Volt-ampère (VA)

Potência em circuitos de corrente alternada

- Exemplo: Um circuito RL série é composto por um resistor de $10\ \Omega$ e um indutor de $1 / 37,7\ \text{H}$ e está conectado a uma fonte de tensão alternada, $60\ \text{Hz}$:

$$u(t) = 100 \cdot \sqrt{2} \text{sen}(wt)$$

Obter:

- a) a corrente $i(t)$ fornecida pela fonte;
- b) a potência $p(t)$ na carga;
- c) as potências complexa, ativa e reativa;
- d) o triângulo de potências.

Potência em circuitos de corrente alternada

$$\hat{U} = 100\angle 0^\circ = 100 \text{ V}$$

$$Z = 10 + j377 \cdot \frac{1}{37,7} = 10 + j10 = 10\sqrt{2}\angle 45^\circ \ \Omega$$

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{Z} = \frac{100\angle 0^\circ}{10\sqrt{2}\angle 45^\circ} = 5\sqrt{2}\angle -45^\circ \text{ A}$$

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot 5 \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sen}(wt - 45^\circ) = 10 \cdot \text{sen}(wt - 45^\circ) \text{ A}$$

- Note que o ângulo de 45° da impedância total da carga, também é o ângulo da defasagem entre a corrente e a tensão na fonte.

$$P = U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\phi) = 100 \cdot 5\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = 500 \text{ W}$$

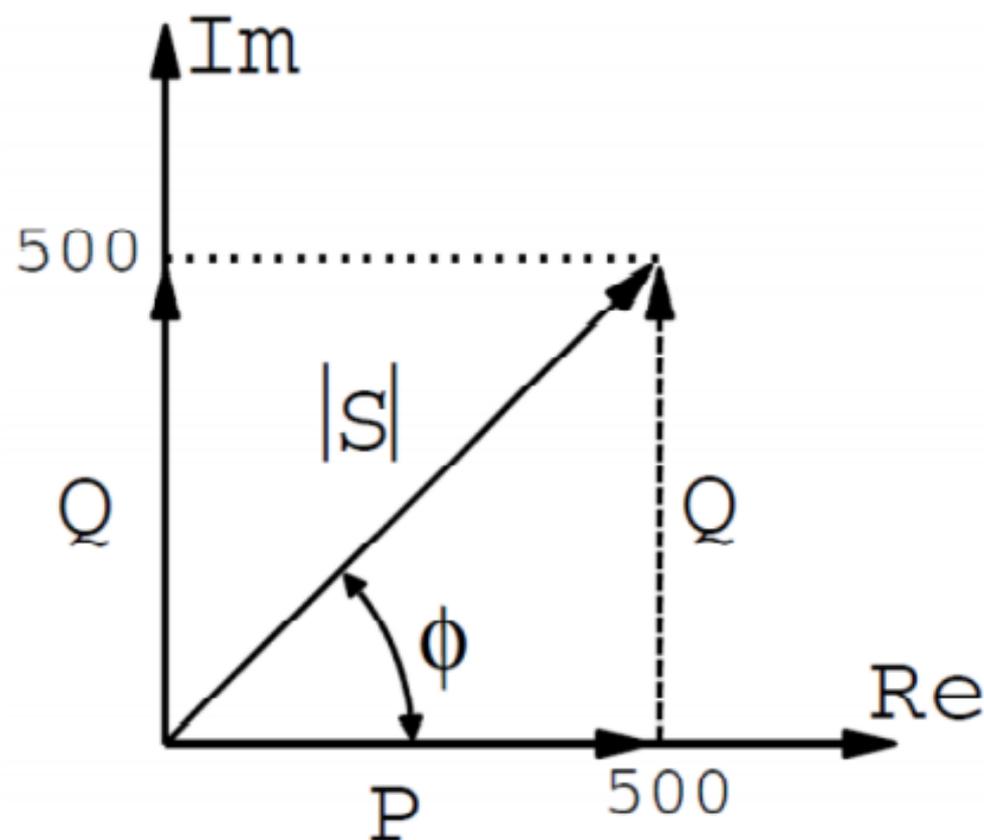
$$Q = 100 \cdot 5\sqrt{2} \cdot \text{sen} 45^\circ = 500 \text{ VAR}$$

$$p(t) = 500 \cdot [1 - \cos(2wt)] - 500 \cdot \text{sen}(2wt) \text{ W}$$

Potência em circuitos de corrente alternada

$$S = \hat{U} \cdot \hat{I}^* = 500\sqrt{2} \angle 45^\circ \text{ VA}$$

$$|S| = U_{ef} \cdot I_{ef} = \sqrt{P^2 + Q^2} = 500\sqrt{2} \text{ VA} \quad \text{tg } \phi = \frac{Q}{P} = 1 \rightarrow \phi = 45^\circ$$



Potência Aparente e Fator de Potência

◆ Potência aparente:

$$S = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}}$$

– É o produto dos valores eficazes de corrente e tensão com “dimensão” VA = Volt Ampére

◆ Fator de Potência:

$$\cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$\text{pf} = \frac{P}{S} = \cos(\theta_v - \theta_i)$$

O *power factor* (pf) é adimensional.

O FP é igual ao ângulo de impedância ou da carga:

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \frac{V_m \angle \theta_v}{I_m \angle \theta_i} = \frac{V_m}{I_m} \angle \theta_v - \theta_i$$

Reforçando

◆ O **fator de potência** é o cosseno da diferença angular entre tensão e corrente ou também o cosseno do ângulo da impedância da carga.

◆ Para cargas/circuitos puramente resistivos

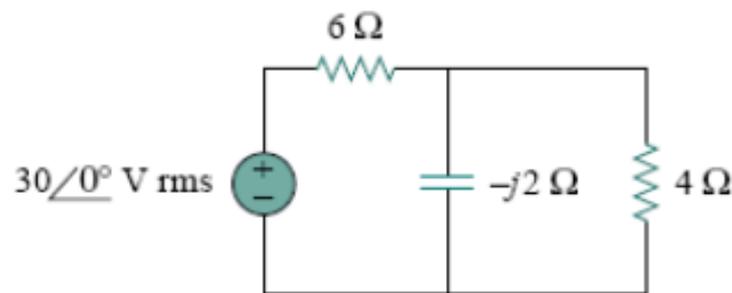
$\theta_v - \theta_i = 0$ e o fator de potência é **unitário**; Obs.: se o circuito estiver em ressonância o FP também é unitário;

◆ Para cargas/circuitos que só contém reatâncias

$\theta_v - \theta_i = \pm 90^\circ$ e o fator de potência é **nulo**;

Exemplo

- ◆ Determine o FP do circuito e a potência fornecida pela fonte:



$$\mathbf{Z} = 6 + 4 \parallel (-j2) = 6 + \frac{-j2 \times 4}{4 - j2} = 6.8 - j1.6 = 7 \angle -13.24^\circ \Omega$$

- ◆ **Cuidado:** Note que o ângulo da impedância é **negativo**, assim o FP está **adiantado**

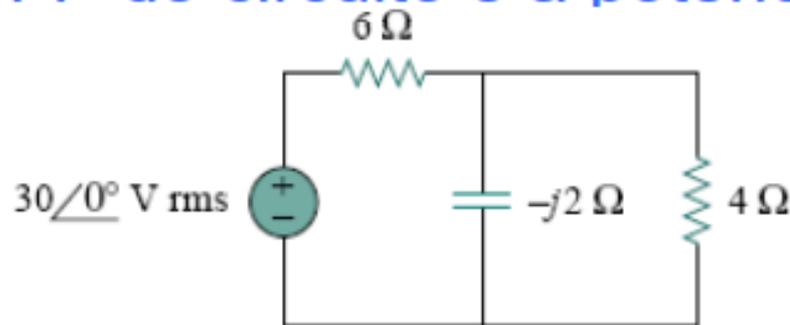
$$\text{pf} = \cos(-13.24) = 0.9734 \quad (\text{leading})$$

- ◆ Na dúvida, confirme calculando a corrente

$$\mathbf{I}_{\text{rms}} = \frac{\mathbf{V}_{\text{rms}}}{\mathbf{Z}} = \frac{30 \angle 0^\circ}{7 \angle -13.24^\circ} = 4.286 \angle 13.24^\circ \text{ A}$$

Exemplo

- ◆ Determine o FP do circuito e a potência ativa fornecida pela fonte:



- ◆ Potência ativa fornecida pela fonte:

$$P = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \text{ pf} = (30)(4.286)0.9734 = 125 \text{ W}$$

Ou:

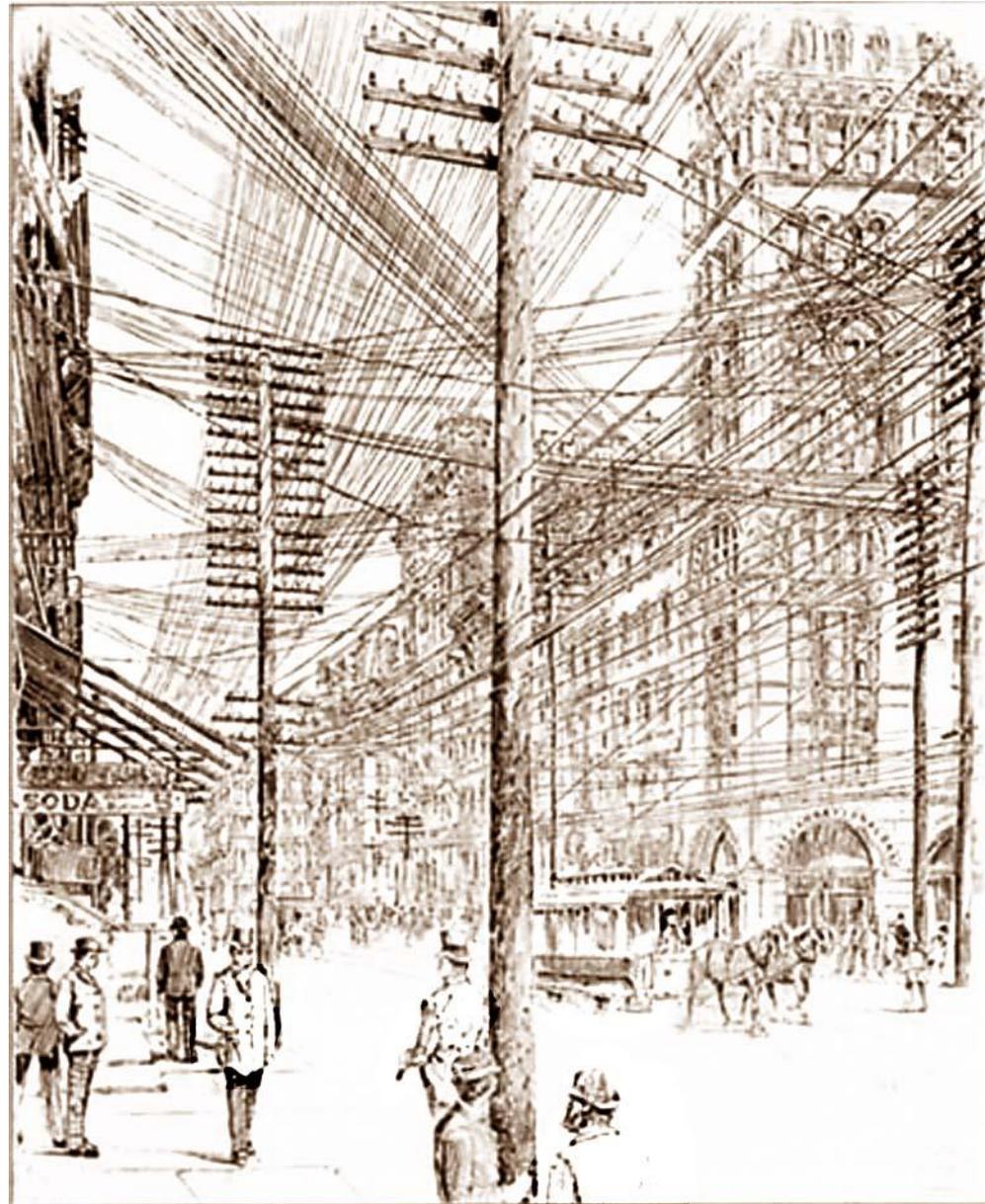
$$P = I_{\text{rms}}^2 R = (4.286)^2 (6.8) = 125 \text{ W}$$

Introdução (1/3)

- As primeiras linhas de transmissão de energia elétrica surgiram no final do século XIX.
- Destinavam-se exclusivamente ao suprimento do sistema de iluminação, pequenos motores e sistema de tração (*railway*) e operavam em **corrente contínua** a baixa magnitude de tensão.
- A geração e transmissão usando os mesmos níveis de tensão das diferentes cargas restringiu a distância entre a planta de geração e os consumidores.
- A tensão da geração em **corrente contínua** não podia ser facilmente aumentada para a transmissão a grandes distâncias.
- Classes diferentes de cargas exigem diferentes níveis de tensões, e diferentes geradores e circuitos eram usados especificamente para cada conjunto de carga.

Introdução (2/3)

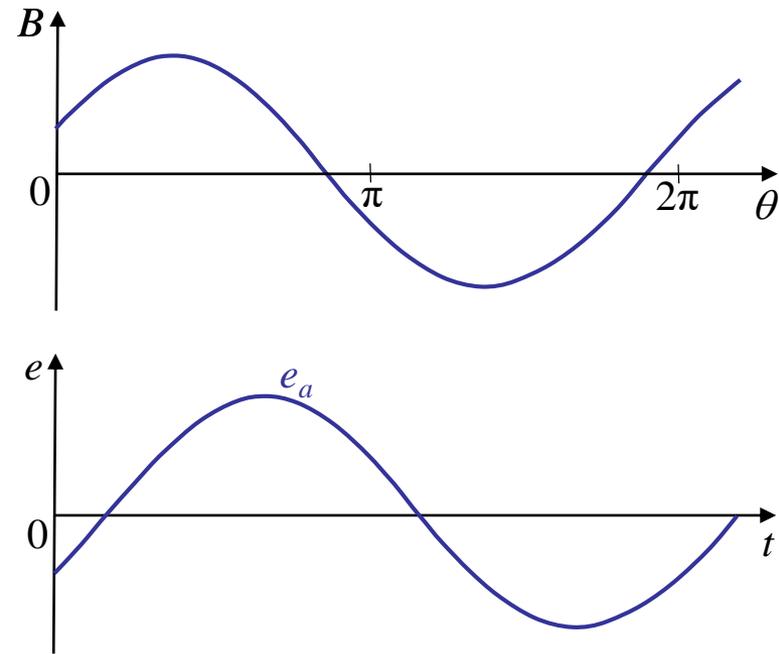
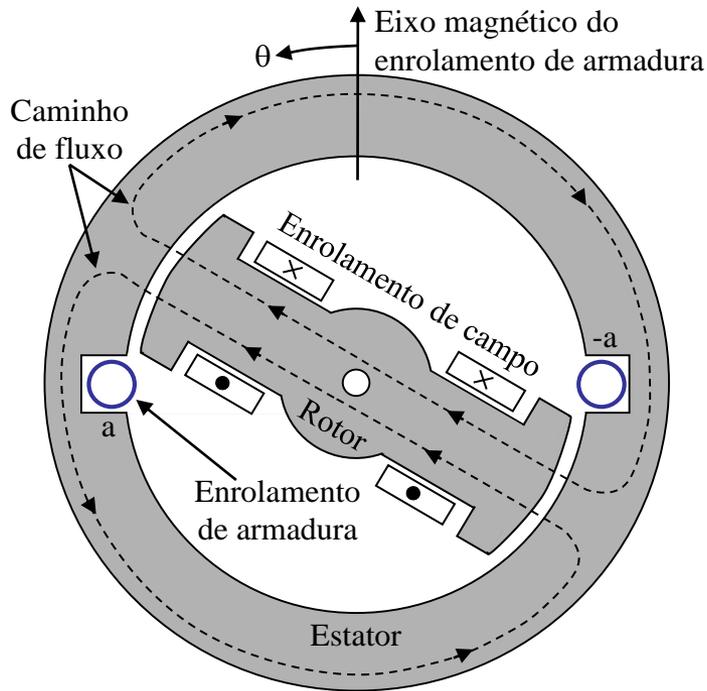
Ruas da cidade de New York em 1890. Além das linhas de telégrafo, múltiplas linhas elétricas foram exigidas para cada tipo de carga, que trabalhavam a diferentes níveis de tensões.



http://en.wikipedia.org/wiki/Electric_power_transmission

- Para realizar uma transmissão de energia elétrica a grandes distâncias era necessário um nível elevado de magnitude de tensão, e essa tecnologia de conversão para **corrente contínua** não era viável naquela época.
- A mudança da transmissão de **corrente contínua** para **corrente alternada** foi devido principalmente aos seguintes motivos:
 - O desenvolvimento e uso dos transformadores, permitindo a transmissão a grandes distâncias usando altos níveis de tensão, reduzindo as perdas elétricas dos sistemas e a queda de tensão;
 - A elevação/redução da magnitude de tensão é realizado com uma alta eficiência e a baixo custo através dos transformadores.
 - Surgimento de geradores e motores em corrente alternada, construtivamente mais simples, eficientes e baratos que as máquinas em corrente contínua;

Geração em corrente alternada (Monofásico)

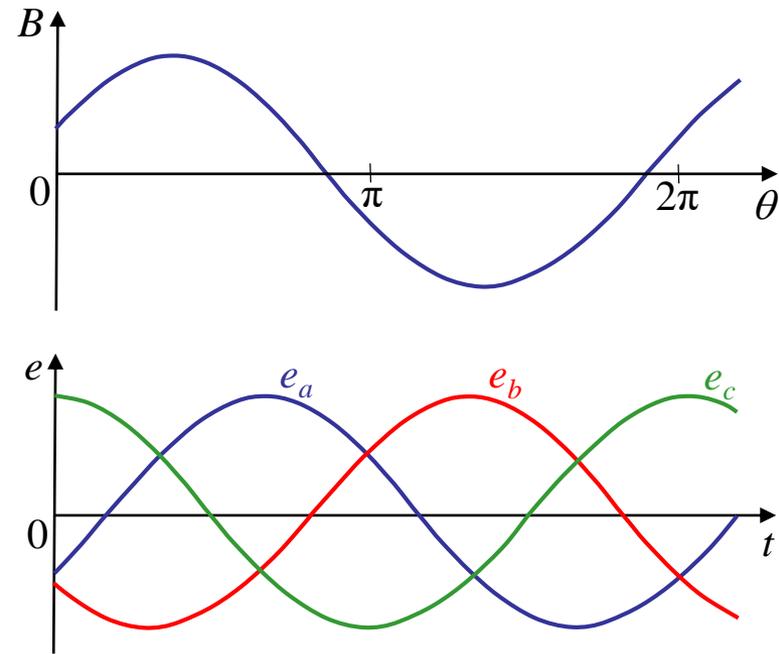
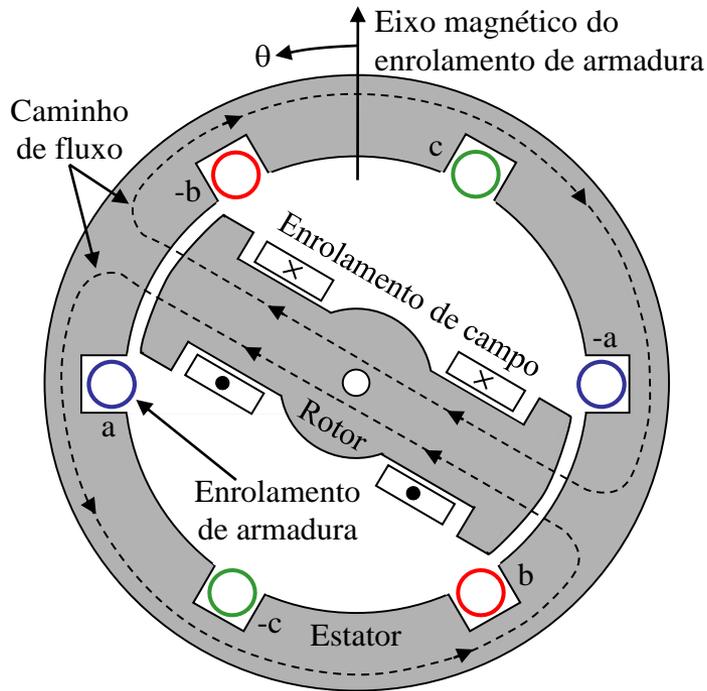


- Se o enrolamento de campo é excitado por uma corrente contínua e o rotor gira a uma velocidade constante, então a tensão induzida (e) será proporcional à magnitude da densidade de fluxo (B).
- Desvantagem: um espaço significativo não é utilizado no estator e a existência de uma potência pulsante.
- Sugestão: usar sistemas polifásicos.

■ Porque usar um sistema trifásico?

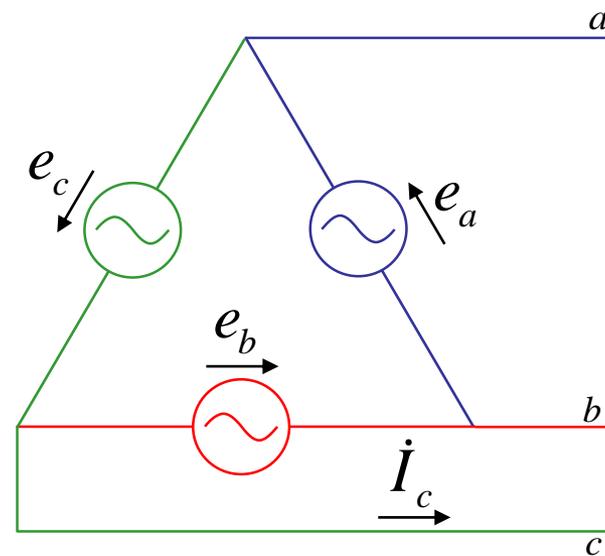
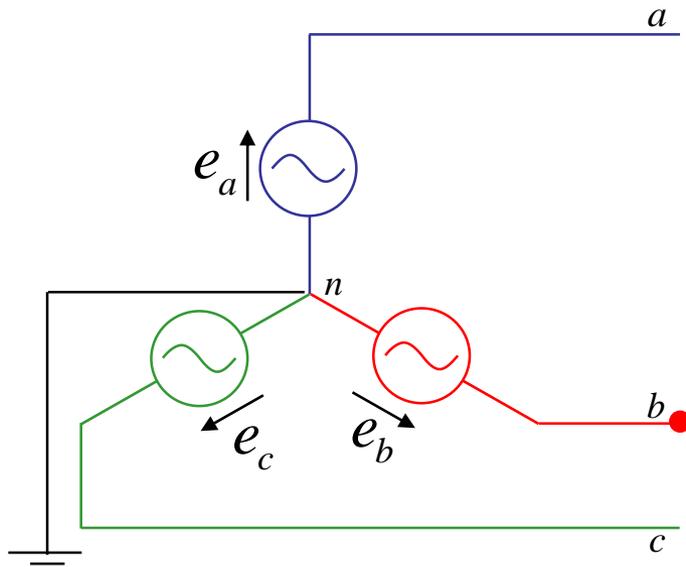
- Um gerador trifásico aproveita melhor o espaço físico, resultando em um gerador de tamanho reduzido e mais barato, comparado com os geradores monofásicos de igual potência.
- Um sistema monofásico precisa de dois condutores; e um sistema trifásico (perfeitamente balanceado) precisa de três condutores, porém conduz três vezes mais potência. Na prática, devido a pequenos desequilíbrios inevitáveis, os sistemas trifásicos contam com um quarto condutor, o neutro.
- Duas alternativas de distribuição: monofásico e trifásico, permitindo o fornecimento a consumidores domiciliares e industriais.
- Os motores trifásicos são superiores aos motores monofásicos em rendimento, tamanho, fator de potência e capacidade de sobrecarga.

Geração em corrente alternada (Trifásico)



- Três bobinas defasadas em 120 graus elétricos no espaço geram um conjunto de três tensões de mesmo valor máximo, defasadas de 120 graus elétricos no tempo.
- As três tensões são conhecidas como FASES.
- No caso de conexão em Y, há dois valores de tensões distintas: tensão de fase e tensão entre duas fases qualquer.

Geração em corrente alternada



- Denominação: os condutores a , b e c são as fases o condutor conectado no ponto n é o neutro.



Tensões trifásicas

<http://www.youtube.com/watch?v=22434JHXYjs>

■ Sistemas de tensões trifásicas

Representação temporal

$$e_a(t) = \sqrt{2}E \cos(\omega t)$$

$$e_b(t) = \sqrt{2}E \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$e_c(t) = \sqrt{2}E \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Representação fasorial

$$\dot{E}_a = E \angle 0$$

$$\dot{E}_b = E \angle -120^\circ$$

$$\dot{E}_c = E \angle 120^\circ$$

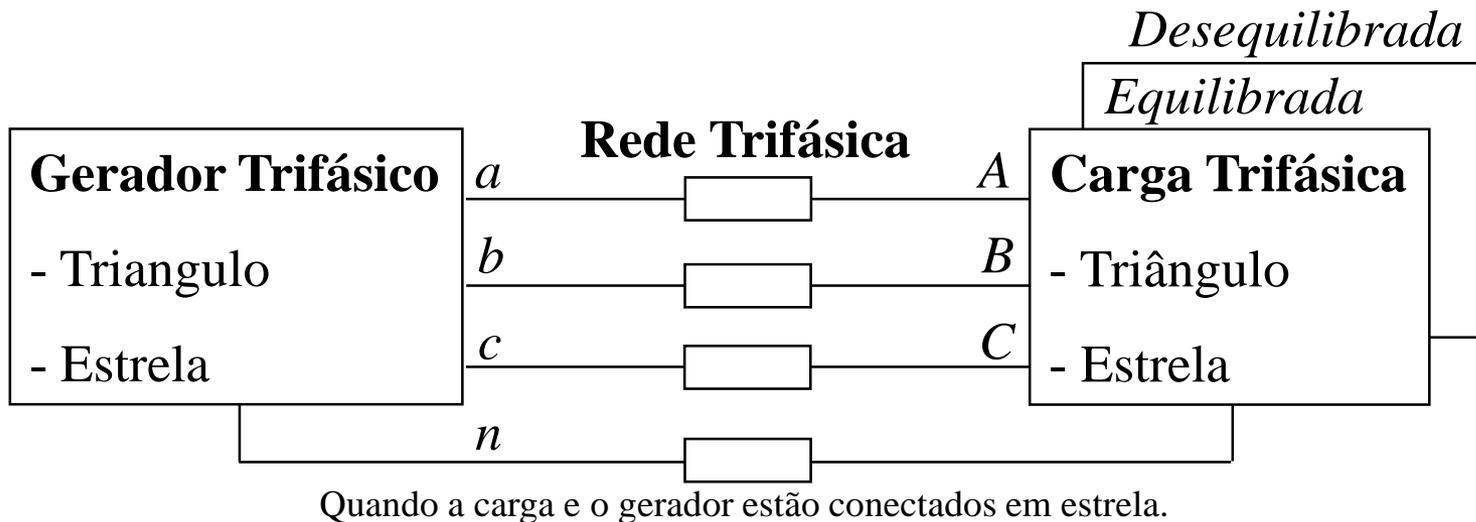
- Em que, $e_a(t)$, $e_b(t)$ e $e_c(t)$ são os valores instantâneos das tensões trifásicas, E é o valor eficaz das tensões e ω é a frequência angular; e
- \dot{E}_a , \dot{E}_b e \dot{E}_c são os fasores das tensões trifásicas.
- A tensão a é a origem (ou referência) das fases.

Definições

- Linha (ou rede) trifásica desequilibrada: Linha (ou rede) trifásica em que não se verifica alguma das condições de equilíbrio ;
- Carga trifásica equilibrada: Carga trifásica constituída por três impedâncias iguais ligadas em estrela (Y) ou triângulo (Δ). ;
- Carga trifásica desequilibrada: Carga trifásica em estrela (Y) ou triângulo (Δ) em que não se verifica pelo menos umas das condições de equilíbrio.

Ligações triângulo e estrela

- Nos sistemas trifásicos podem ocorrer dois tipos de ligações:
 - Ligação em triângulo (Δ)
 - Ligação em estrela (Y)

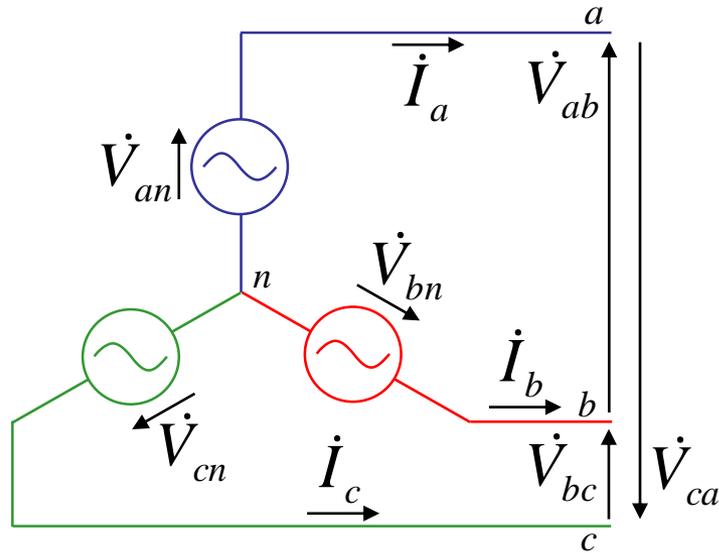


- Na carga trifásica é medida:
 - A potência trifásica.
 - As tensões de linha (entre duas fases) ou tensões de fases (entre uma fase e o neutro).
 - As correntes de linha (percorrendo a linha) ou corrente de fases (percorrendo a carga).

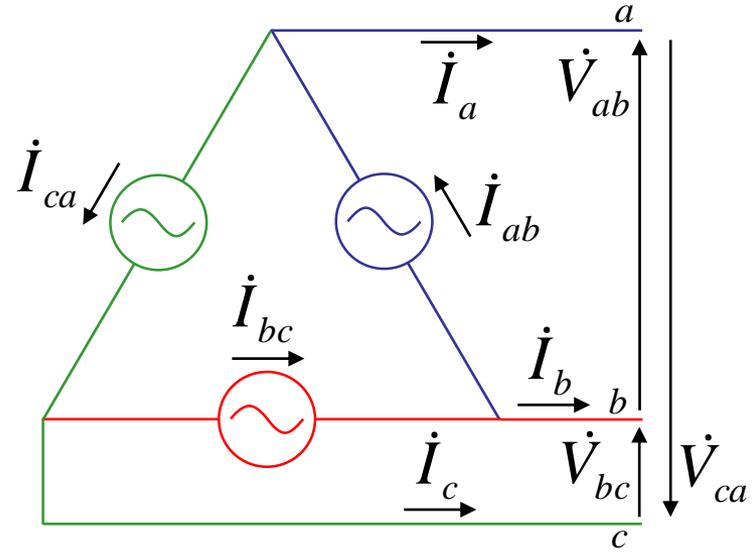
1. Tensão de fase: medida entre qualquer terminal do gerador ou carga e o centro-estrela;
2. Tensão de linha: medida entre quaisquer dois terminais do gerador ou da carga, nenhum deles sendo o centro-estrela;
3. Corrente de fase: corrente que percorre cada das bobinas do gerador ou da impedância da carga
4. Corrente de linha: corrente que percorre os condutores que conectam o gerador á carga, excetuado o neutro.

Ligações triângulo e estrela – Geração

Ligação em Estrela



Ligação em Triângulo



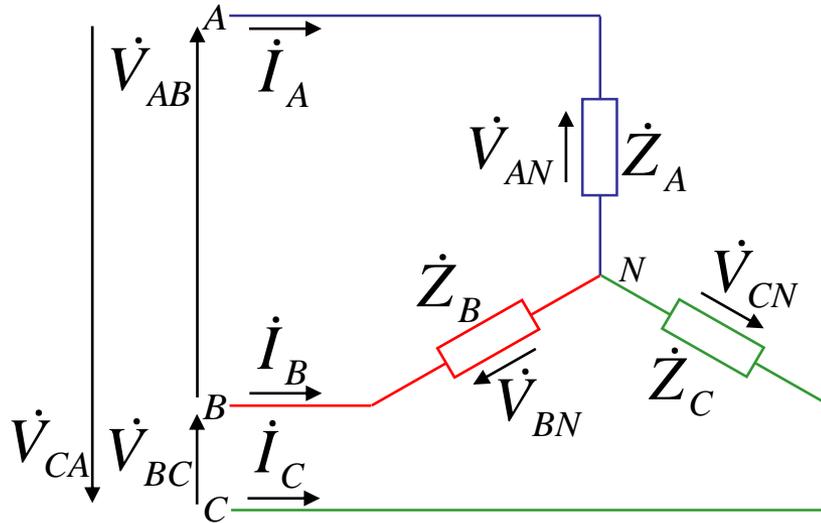
- n é o neutro (centro-estrela) do gerador.
- Para um sistema trifásico simétrico:

$$|\dot{V}_a| = |\dot{V}_b| = |\dot{V}_c|$$

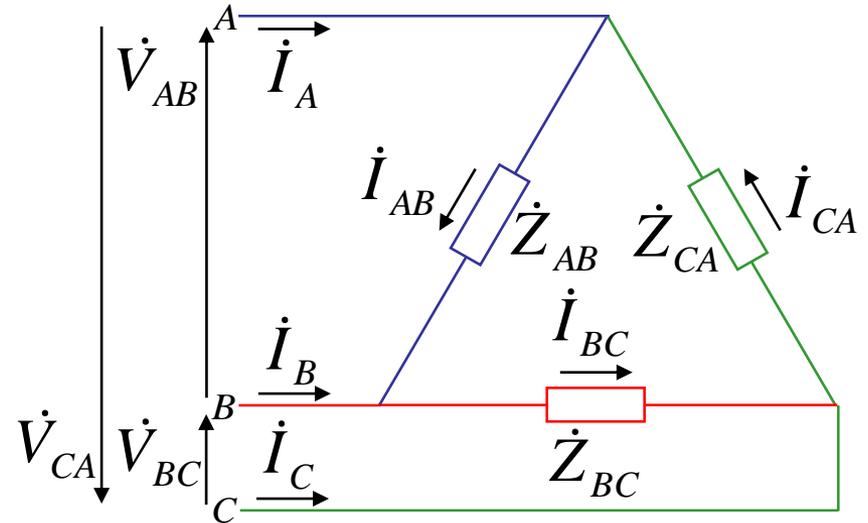
$$\dot{V}_a + \dot{V}_b + \dot{V}_c = 0$$

Ligações triângulo e estrela - Carga

Ligação em Estrela



Ligação em Triângulo



■ n é o neutro (centro-estrela) da carga.

■ Para uma carga trifásica equilibrada:

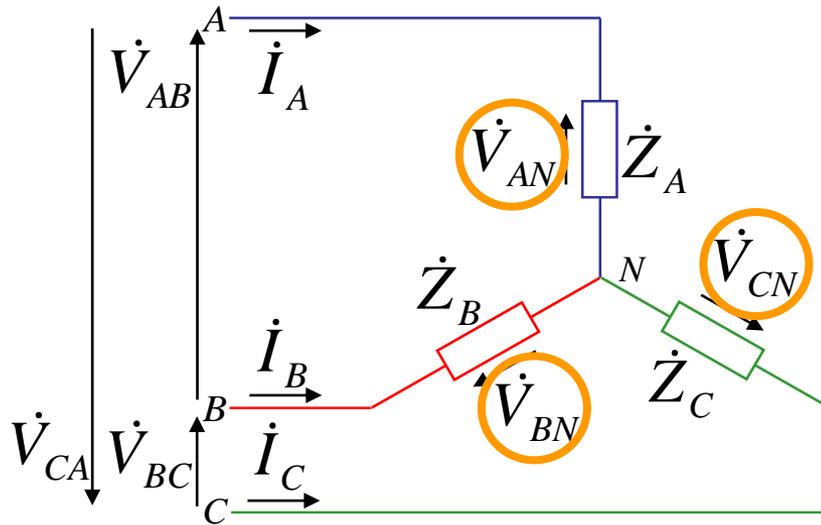
$$\dot{Z}_A = \dot{Z}_B = \dot{Z}_C$$

$$\dot{Z}_{AB} = \dot{Z}_{BC} = \dot{Z}_{CA}$$

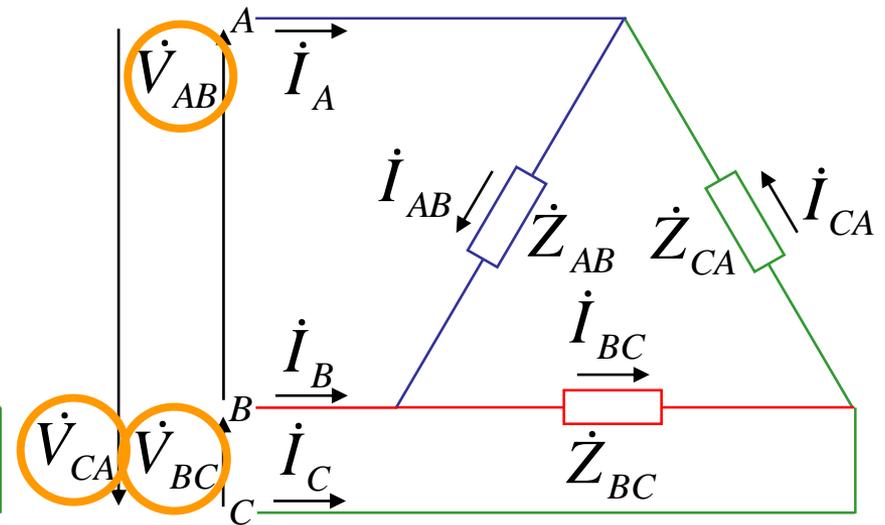
Relações entre os valores de fase e linha (1/12)

- Tensão de fase – tensão medida em cada um dos ramos monofásicos de um sistema trifásico.

Ligação em Estrela



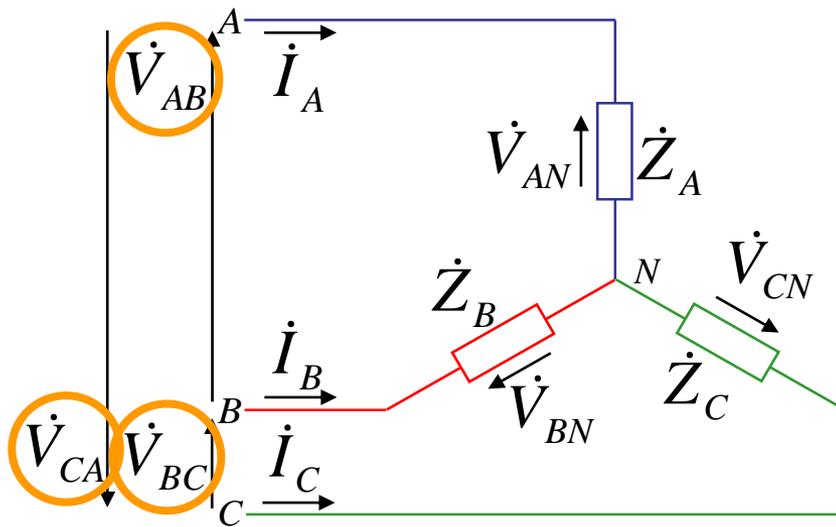
Ligação em Triângulo



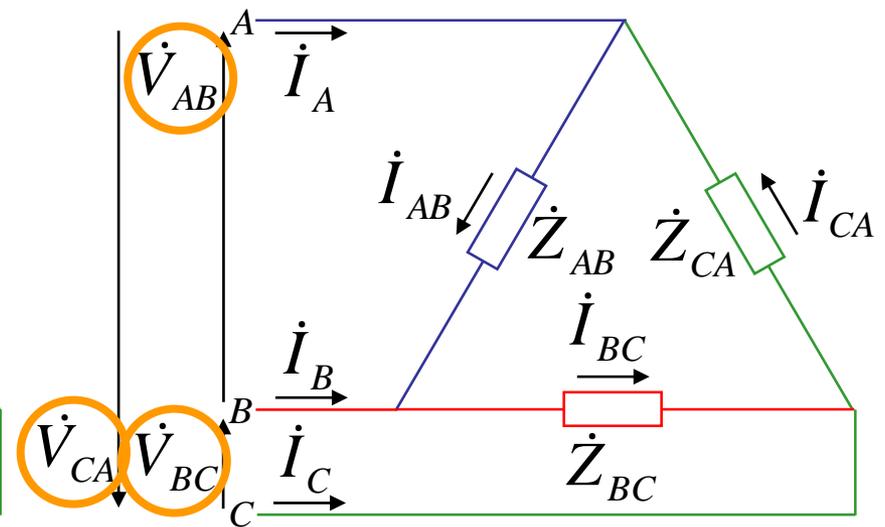
Relações entre os valores de fase e linha

- Tensão de linha – tensão medida entre dois condutores terminais de fase.

Ligação em Estrela



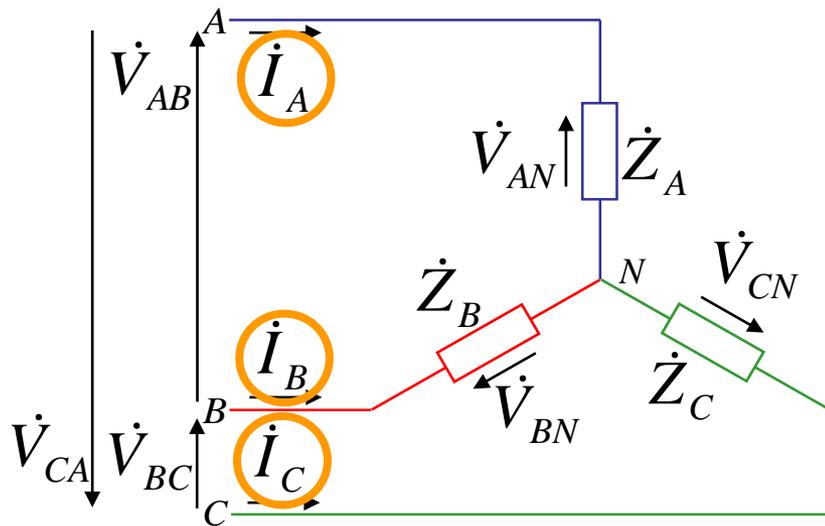
Ligação em Triângulo



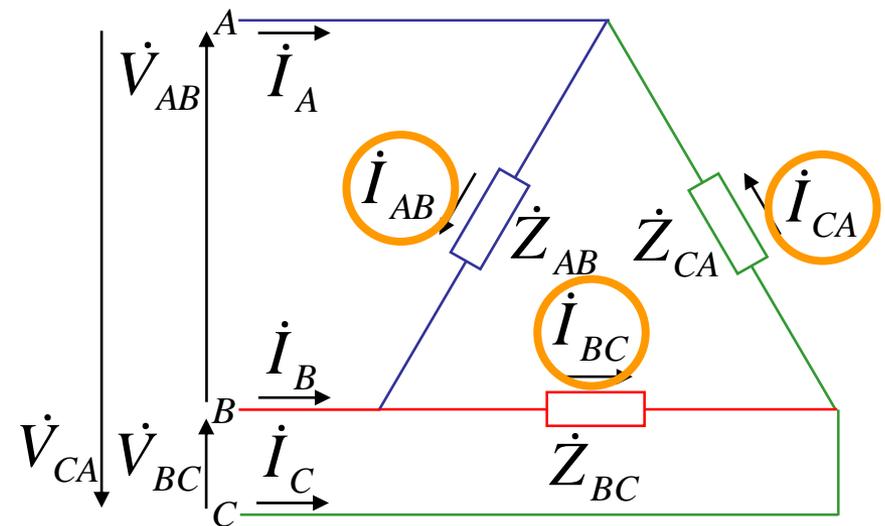
Relações entre os valores de fase e linha

- Corrente de fase – corrente que percorre cada ramo monofásico de um sistema trifásico.

Ligação em Estrela



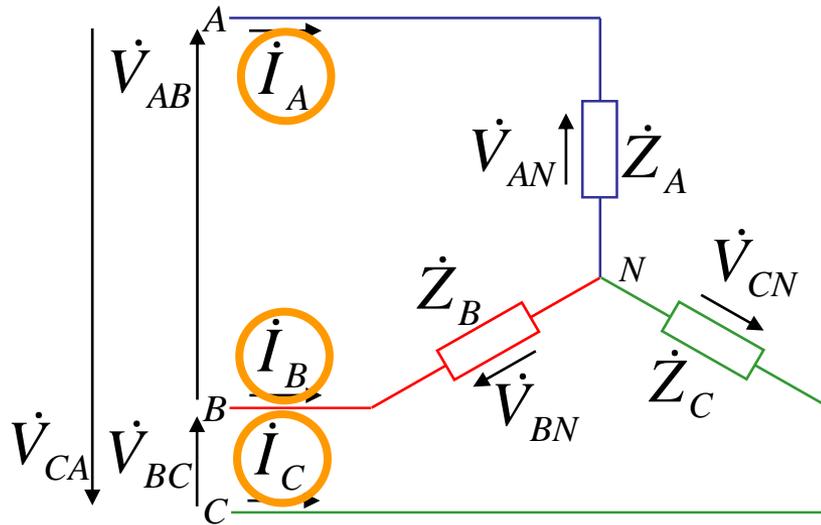
Ligação em Triângulo



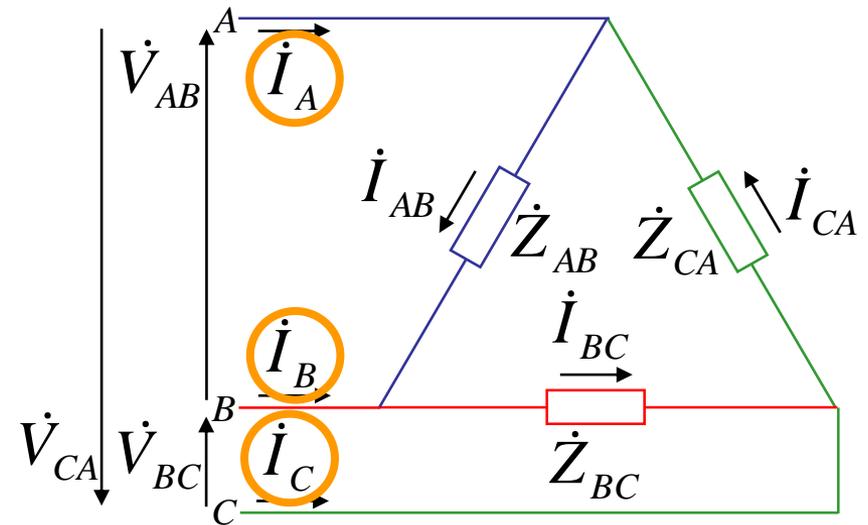
Relações entre os valores de fase e linha

- Corrente de linha – corrente que percorre por cada condutor de linha.

Ligação em Estrela



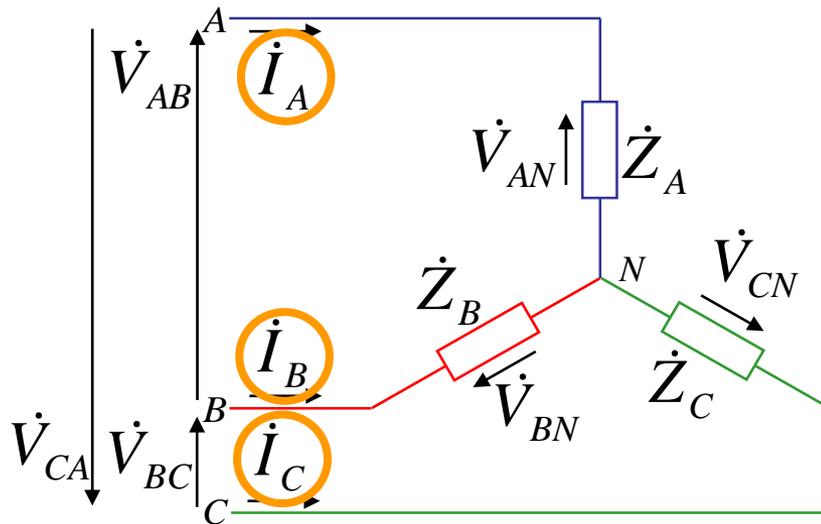
Ligação em Triângulo



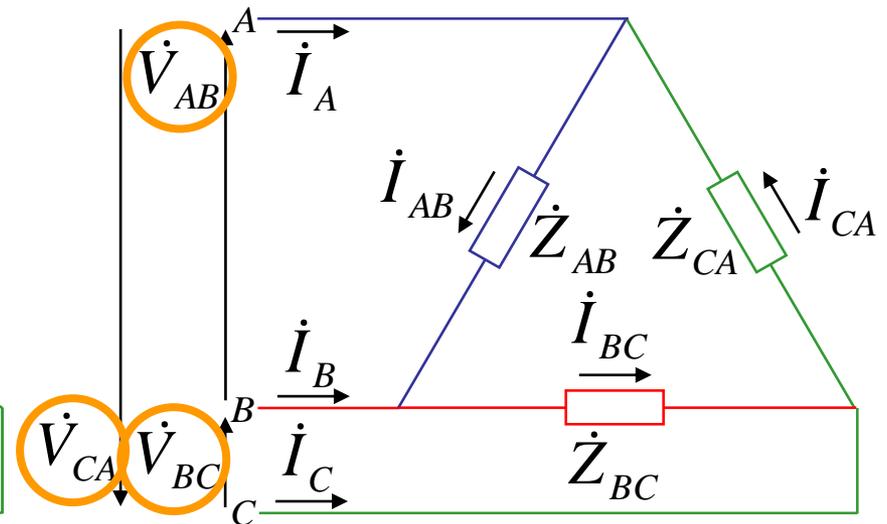
Relações entre os valores de fase e linha

- Em uma ligação em estrela, as correntes de fase coincidem com as correntes de linha.
- Em uma ligação em triângulo, as tensões de fase coincidem com as tensões de linha.

Ligação em Estrela



Ligação em Triângulo



■ Resumo

	Seqüência positiva
Ligação em estrela	$\dot{I}_{linha} = \dot{I}_{fase}$ $\begin{bmatrix} \dot{V}_{ab} \\ \dot{V}_{bc} \\ \dot{V}_{ca} \end{bmatrix} = \sqrt{3} \angle 30^\circ \begin{bmatrix} \dot{V}_{an} \\ \dot{V}_{bn} \\ \dot{V}_{cn} \end{bmatrix}$
Ligação em triângulo	$\dot{V}_{linha} = \dot{V}_{fase}$ $\begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \sqrt{3} \angle -30^\circ \begin{bmatrix} \dot{I}_{ab} \\ \dot{I}_{bc} \\ \dot{I}_{ca} \end{bmatrix}$

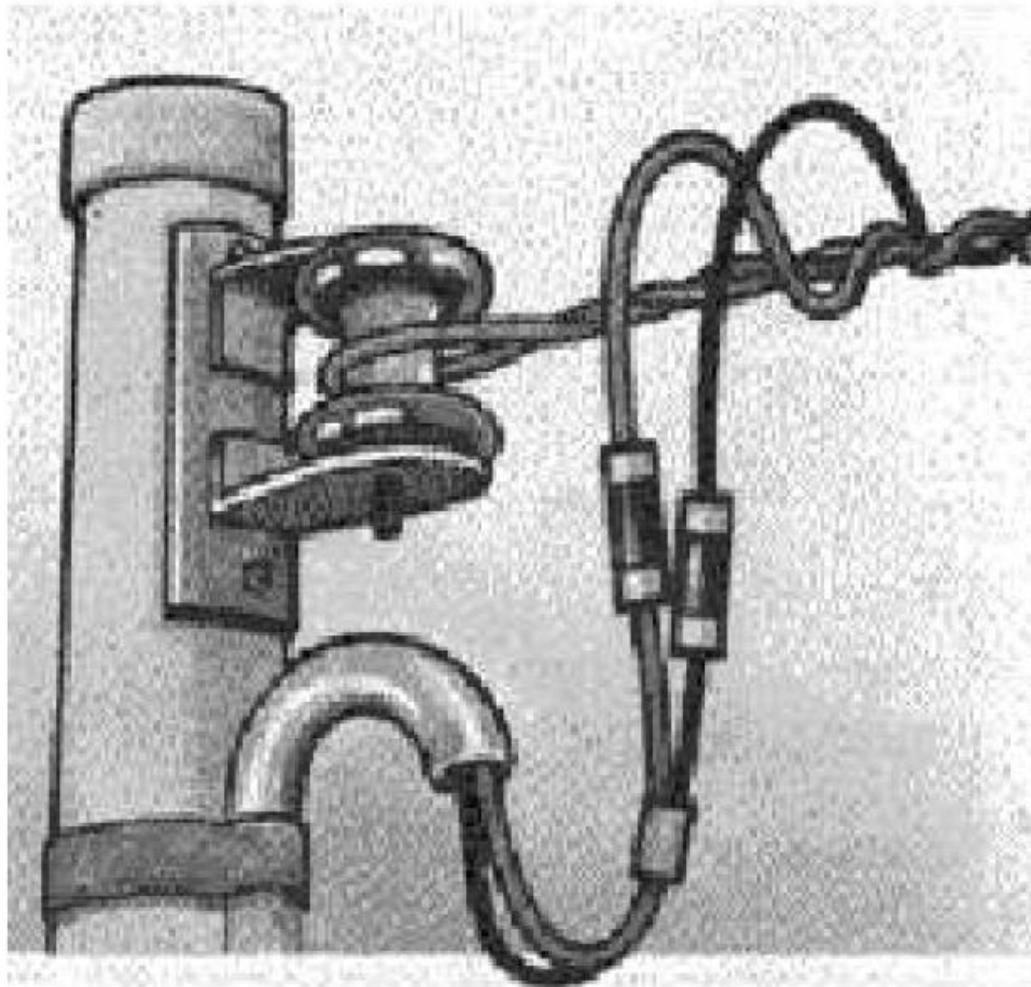


Conexões Residenciais na Rede Elétrica

<http://www.youtube.com/watch?v=ettHn5GRbgI>

Ligações domiciliares (1/3)

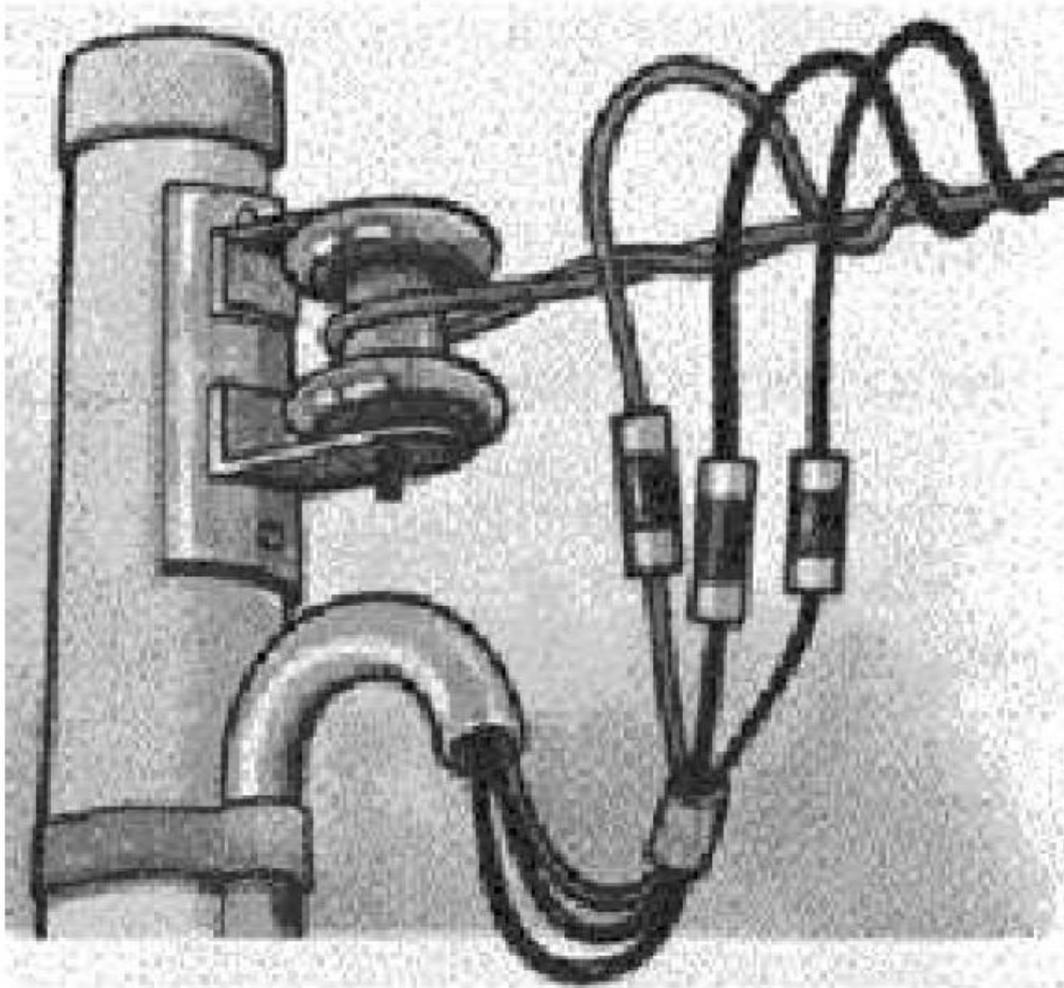
- Nas áreas de concessão das empresas do estado de São Paulo, tem-se três tipos de atendimento:



Fase e Neutro

Ligações domiciliares (2/3)

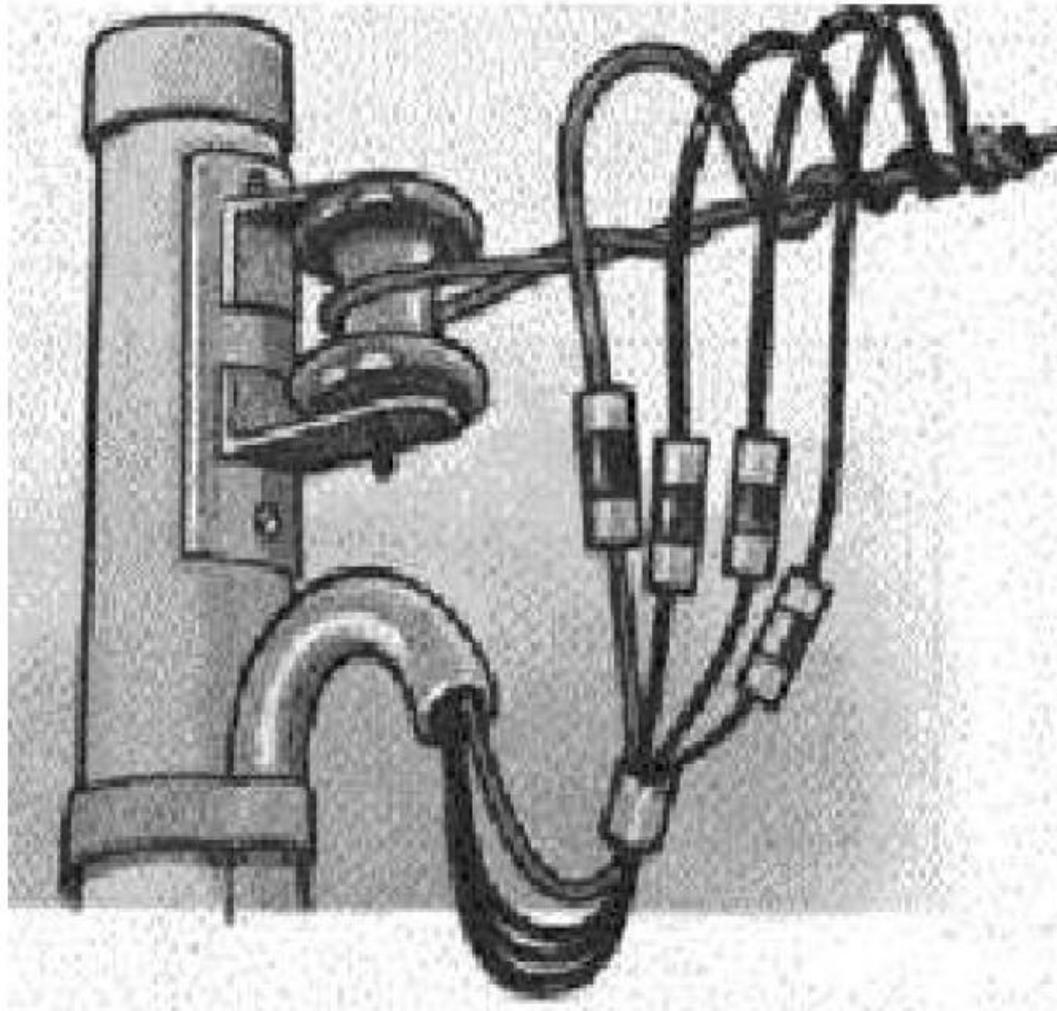
- Nas áreas de concessão das empresas do estado de São Paulo, tem-se três tipos de atendimento:



2 Fases e Neutro

Ligações domiciliares (3/3)

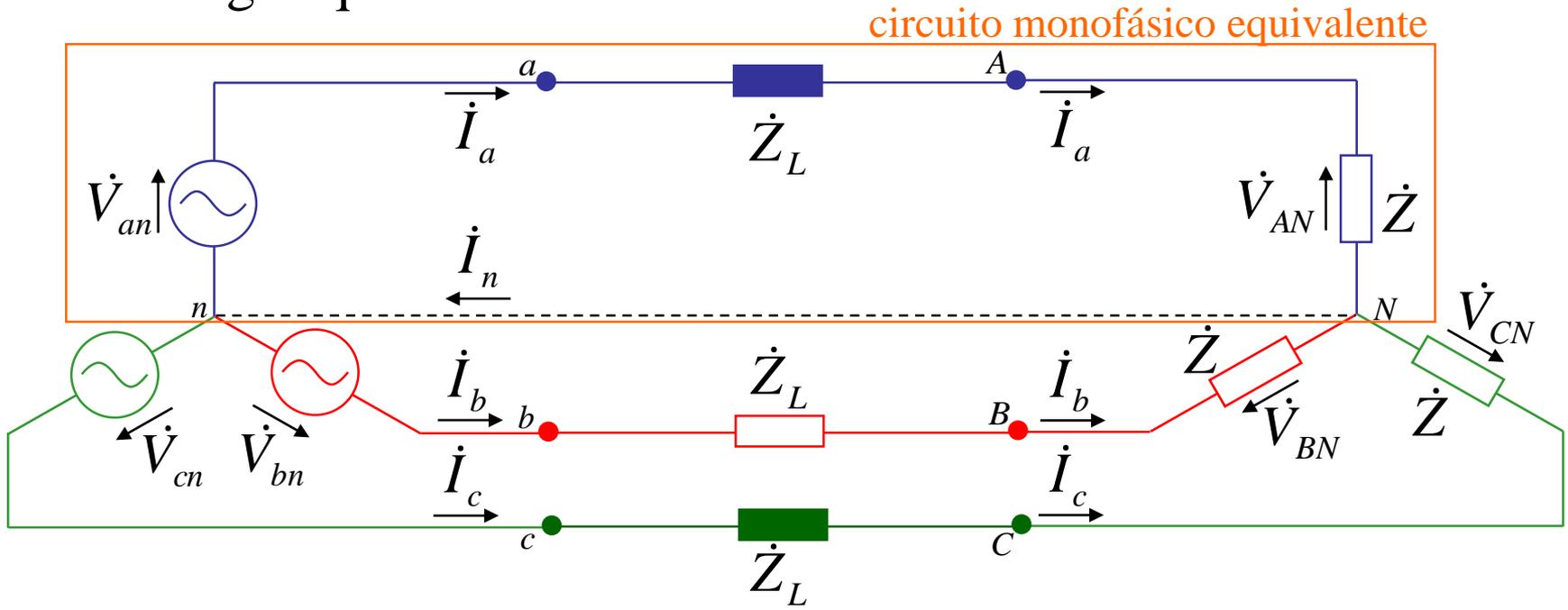
- Nas áreas de concessão das empresas do estado de São Paulo, tem-se três tipos de atendimento:



3 Fases e Neutro

Sistemas trifásicos simétricos e equilibrados (1/3)

Com carga equilibrada



Os centros-estrelas $n - N$ estão ao mesmo potencial.

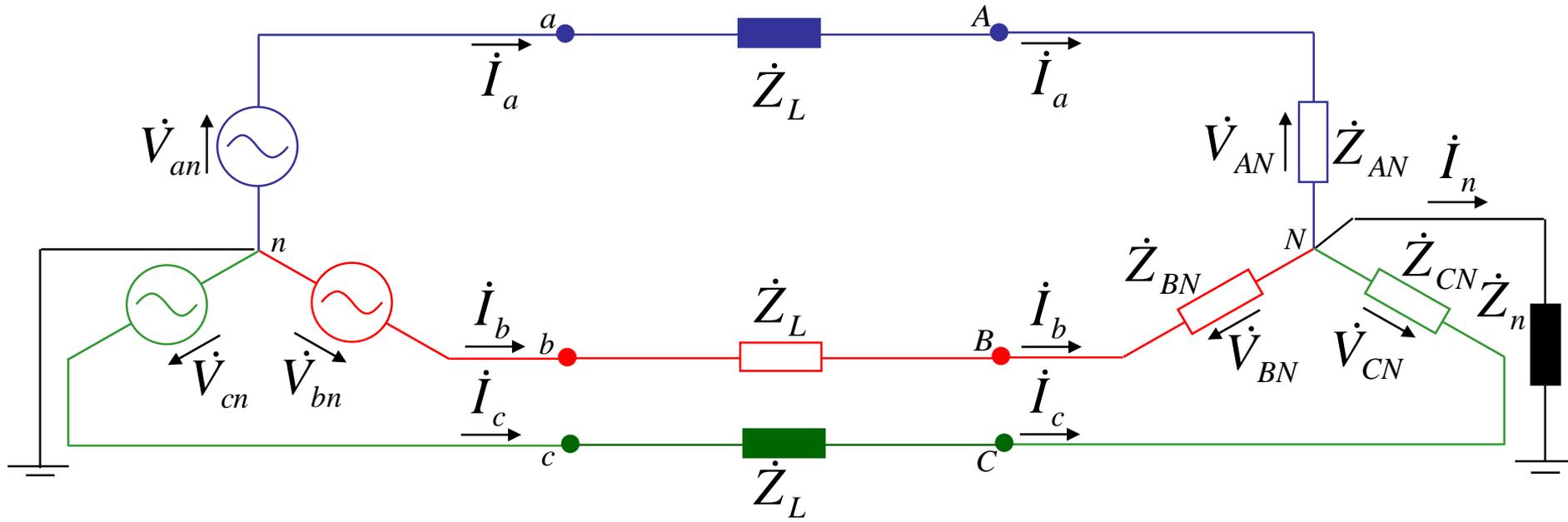
A corrente pelo condutor neutro

$$\dot{I}_n = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0$$

Um circuito monofásico equivalente.

Sistemas trifásicos simétricos e desequilibrados (2/3)

■ Com carga desequilibrada



$$\begin{aligned} \dot{V}_{an} &= \dot{I}_a (\dot{Z}_L + \dot{Z}_{AN}) + \dot{I}_n \dot{Z}_N \\ \dot{V}_{bn} &= \dot{I}_b (\dot{Z}_L + \dot{Z}_{BN}) + \dot{I}_n \dot{Z}_N \\ \dot{V}_{cn} &= \dot{I}_c (\dot{Z}_L + \dot{Z}_{CN}) + \dot{I}_n \dot{Z}_N \\ \dot{I}_n &= \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c \end{aligned}$$

■ Um sistema de equações lineares

Potência em sistemas trifásicos (1/7)

- A potência aparente complexa monofásica é dada por:

$$\dot{S} = \dot{V}I^*$$

- Nos circuitos trifásicos, a potência aparente total é a soma das potências aparentes individuais das três fases:

$$\dot{S}_{3\phi} = 3\dot{V}_F I_F^*$$

Esta expressão nos dá a potência trifásica em função dos valores de fase

- Em termos retangulares temos:

$$\dot{S}_{3\phi} = P_{3\phi} \pm jQ_{3\phi}$$

Potência em sistemas trifásicos (2/7)

■ Em corrente alternada, definem-se as seguintes potências:

■ Potência aparente $S = 3V_{an} I_a (VA)$

■ Potência ativa $P = 3V_{an} I_a \cos \varphi (W)$

■ Potência reativa $Q = 3V_{an} I_a \sin \varphi (VAr)$

■ Em termos retangulares temos:

$$\dot{S}_{3\phi} = P_{3\phi} \pm Q_{3\phi}$$

Potência em sistemas trifásicos (3/7)

- Usando os valores de tensão e corrente de linha.

Ligação em Estrela

$$I_{AN} = I_A ; V_{AN} = \frac{V_{AB}}{\sqrt{3}}$$

$$S = \sqrt{3}V_{AB} I_A$$

$$P = \sqrt{3}V_{AB} I_A \cos \varphi$$

$$Q = \sqrt{3}V_{AB} I_A \sin \varphi$$

Ligação em Triângulo

$$I_{AN} = \frac{I_A}{\sqrt{3}} ; V_{AN} = V_{AB}$$

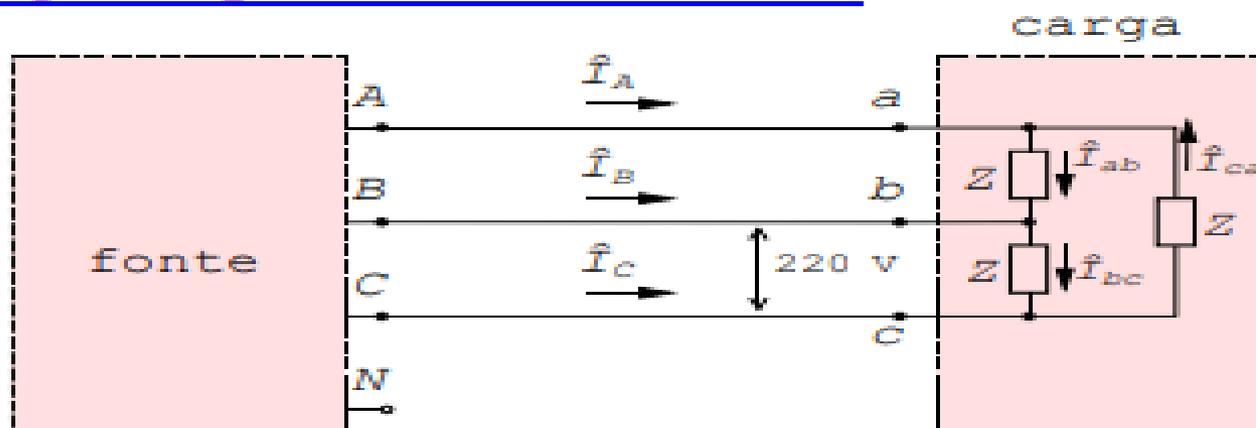
$$S = \sqrt{3}V_{AB} I_A$$

$$P = \sqrt{3}V_{AB} I_A \cos \varphi$$

$$Q = \sqrt{3}V_{AB} I_A \sin \varphi$$

- Num sistema simétrico e equilibrado com carga equilibrada (qualquer que seja o tipo de ligação) as fórmulas de potência ativa, reativa e aparente são as mesmas.
- O fator de potência de uma carga trifásica equilibrada é o cosseno do ângulo de defasagem entre a tensão e a corrente numa fase.

Carga equilibrada em Δ



DENOMINAÇÃO:

AS CORRENTES QUE CIRCULAM NA IMPEDÂNCIA DA CARGA, SÃO AS CORRENTES DE FASE.

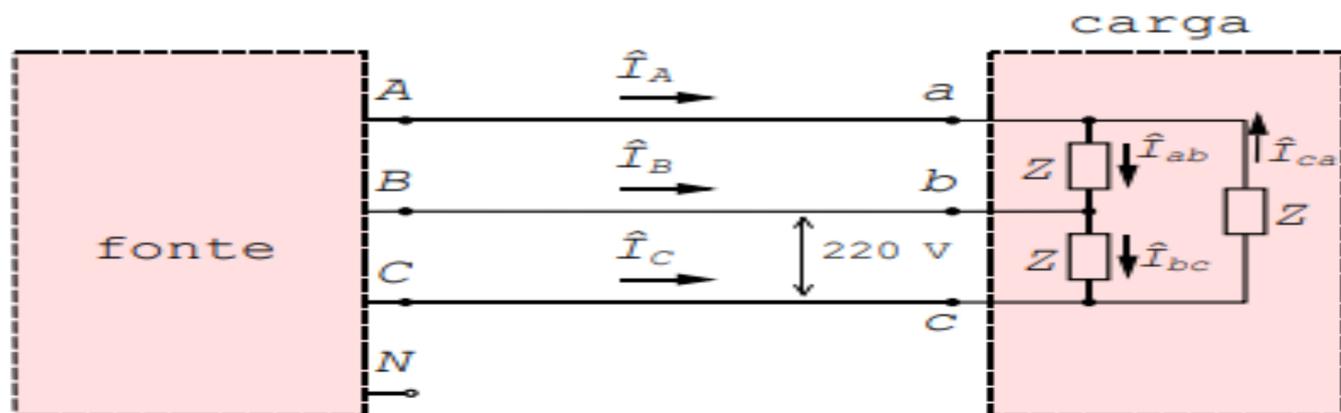
Convenção para o sentido das correntes de fase:

a) Para a seqüência de fases **ABC**:

$$\widehat{AB} \widehat{BC} \widehat{CA} \Rightarrow \hat{I}_{ab} \quad \hat{I}_{bc} \quad \hat{I}_{ca}$$

b) Para a seqüência de fases **ACB**:

$$\widehat{AC} \widehat{CB} \widehat{BA} \Rightarrow \hat{I}_{ac} \quad \hat{I}_{cb} \quad \hat{I}_{ba}$$



A carga trifásica tem em cada fase uma resistância de 120Ω e uma reatância indutiva de 160Ω . A tensão de linha é igual a 220 V.

Considerando a seqüência de fases **ABC** e a tensão de linha \hat{U}_{AB} como referência angular, as tensões de linha fornecidas pela fonte são iguais a:

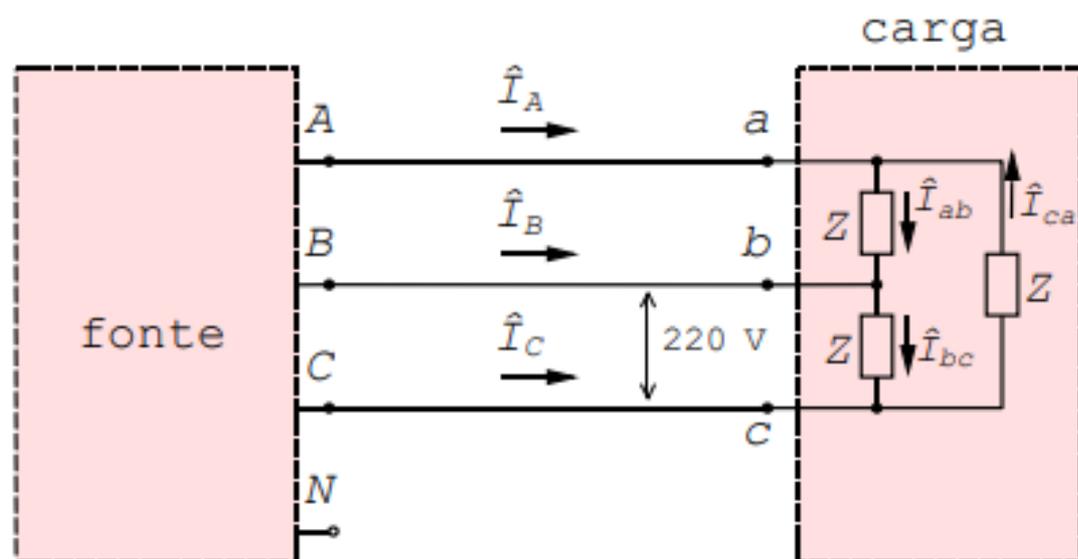
$$\hat{U}_{AB} = 220 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\hat{U}_{BC} = 220 \angle -120^\circ \text{ V}$$

$$\hat{U}_{CA} = 220 \angle 120^\circ \text{ V}$$

A impedância na carga vale:

$$Z = R + jX = 120 + j160 = 200 \angle 53,13^\circ \quad \Omega$$



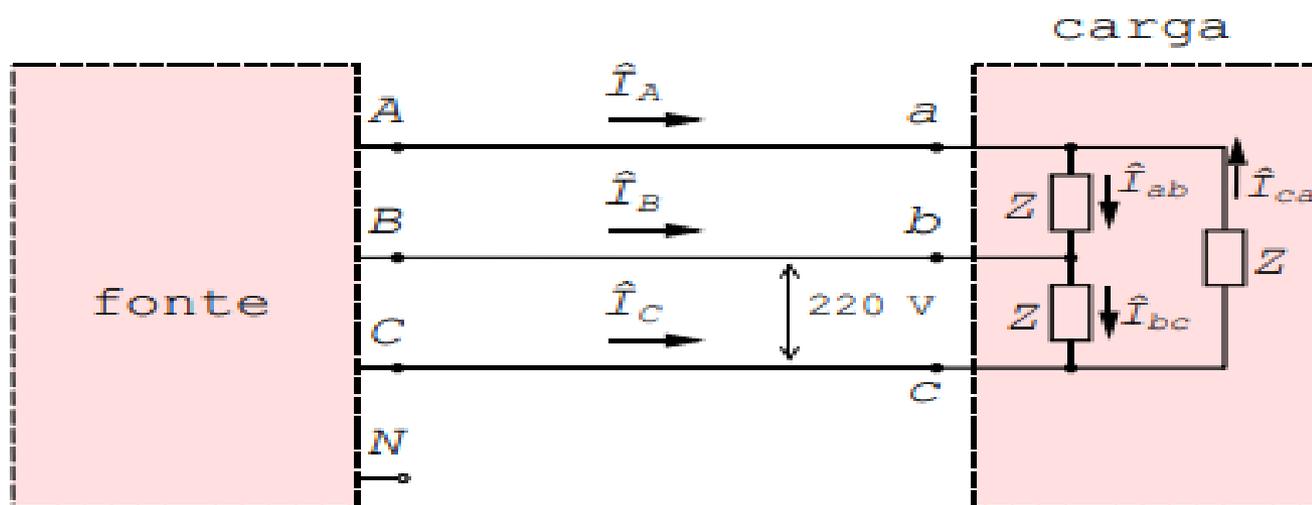
CÁLCULO DAS CORRENTES DE FASE

$$\hat{I}_{ab} = \frac{\hat{U}_{AB}}{Z} = \frac{220 \angle 0^\circ}{200 \angle 53,13^\circ} = 1,1 \angle -53,13^\circ \text{ A}$$

$$\hat{I}_{bc} = \frac{\hat{U}_{BC}}{Z} = \frac{220 \angle -120^\circ}{200 \angle 53,13^\circ} = 1,1 \angle -173,13^\circ \text{ A}$$

$$\hat{I}_{ca} = \frac{\hat{U}_{CA}}{Z} = \frac{220 \angle 120^\circ}{200 \angle 53,13^\circ} = 1,1 \angle 66,87^\circ \text{ A}$$

CÁLCULO DAS CORRENTES DE LINHA



Para o nó a tem-se:

$$\hat{I}_A + \hat{I}_{ca} - \hat{I}_{ab} = 0$$

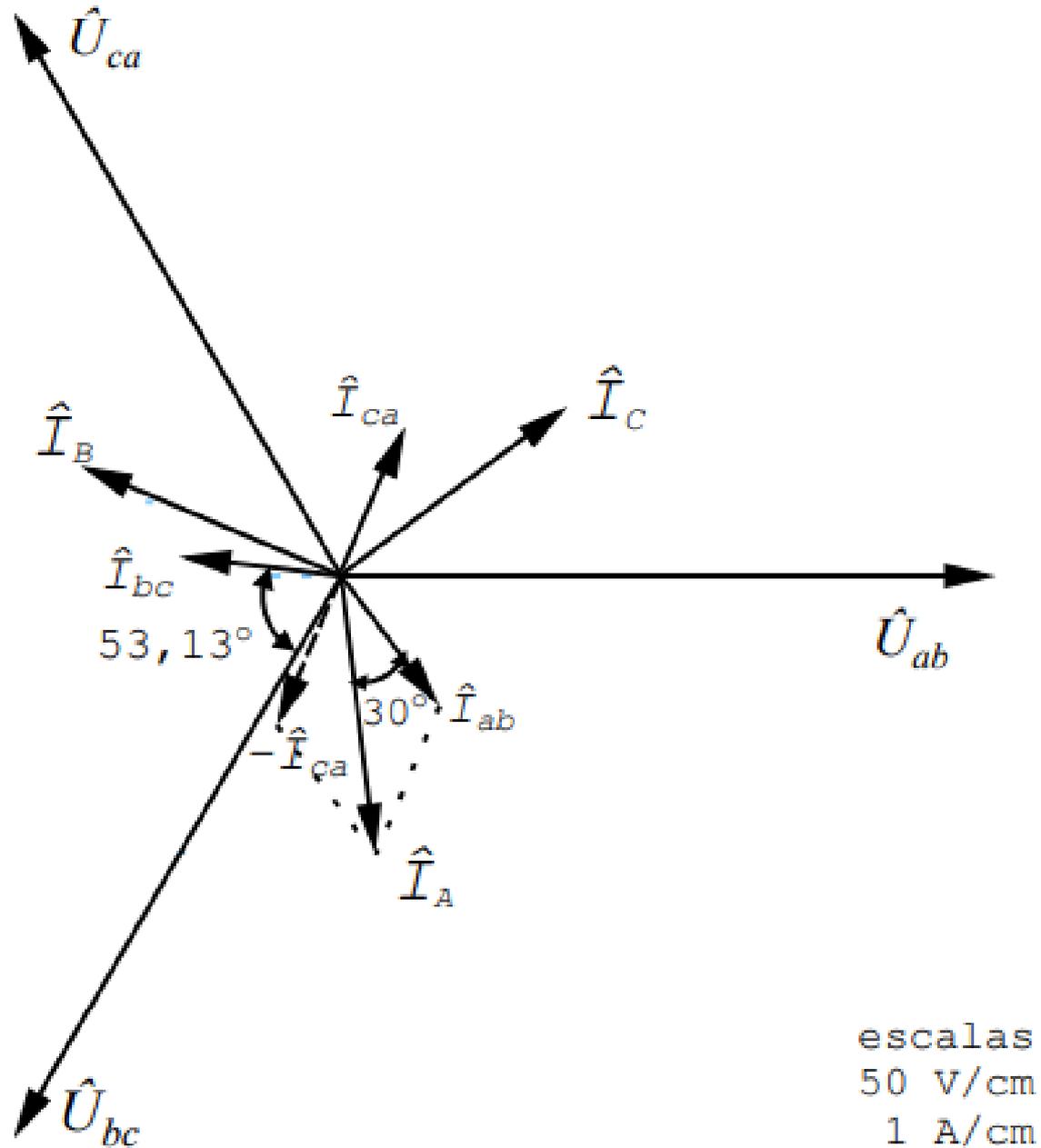
$$\hat{I}_A = \hat{I}_{ab} - \hat{I}_{ca} = 0,2279 - j1,8916 = 1,9053 \angle -83,13^\circ \text{ A}$$

De forma similar, obtém-se para as outras fases:

$$\hat{I}_B = 1,9053 \angle 156,87^\circ \text{ A}$$

$$\hat{I}_C = 1,9053 \angle 36,87^\circ \text{ A}$$

DIAGRAMA FASORIAL



Relação entre **corrente de linha** e **corrente de fase**:

$$\frac{\hat{I}_A}{\hat{I}_{ab}} = \frac{1,9053 \angle -83,13^\circ}{1,1 \angle -53,13^\circ} = \sqrt{3} \angle -30^\circ$$

A **CORRENTE DE LINHA** É $\sqrt{3}$ VEZES MAIOR QUE A **CORRENTE DE FASE** E ESTÁ **ATRASADA DE 30°** .

$$|\hat{I}_{LINHA}| = \sqrt{3} \cdot |\hat{I}_{FASE}|$$

ATENÇÃO:

Esta relação é **válida** somente para **carga Δ -equilibrada**.