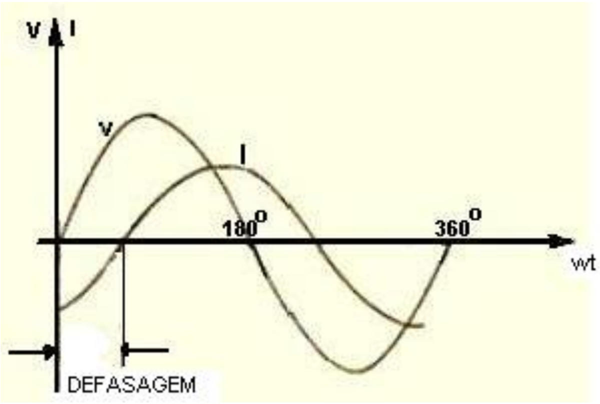
Corrente Alternada

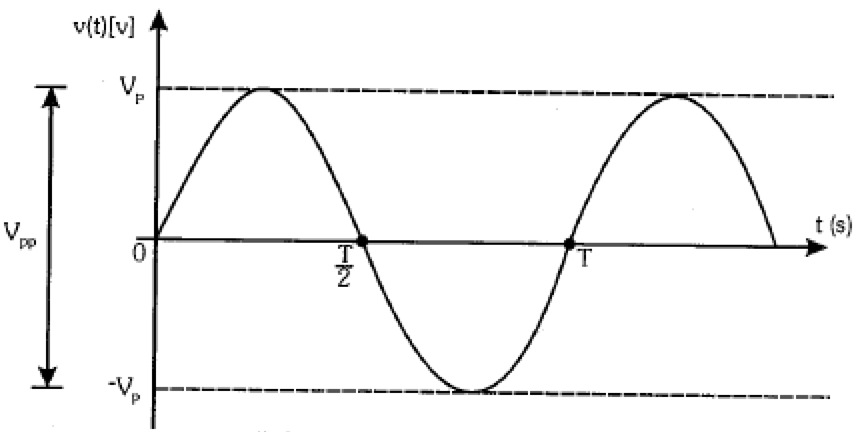


SINAL ALTERNADO

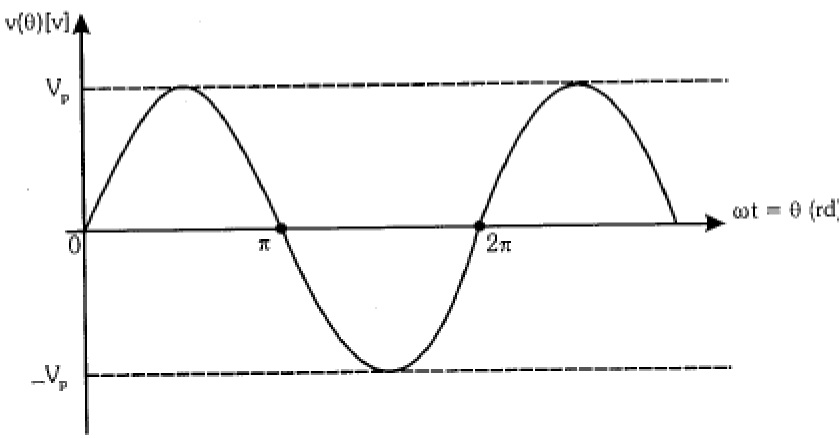
Varia de polaridade e valor ao longo do tempo e, dependendo de como essa variação ocorre, há diversas formas de sinais alternados:

- **Senoidal**
- Quadrada
- Triangular
- Etc.

Representação gráfica



(a) Domínio temporal

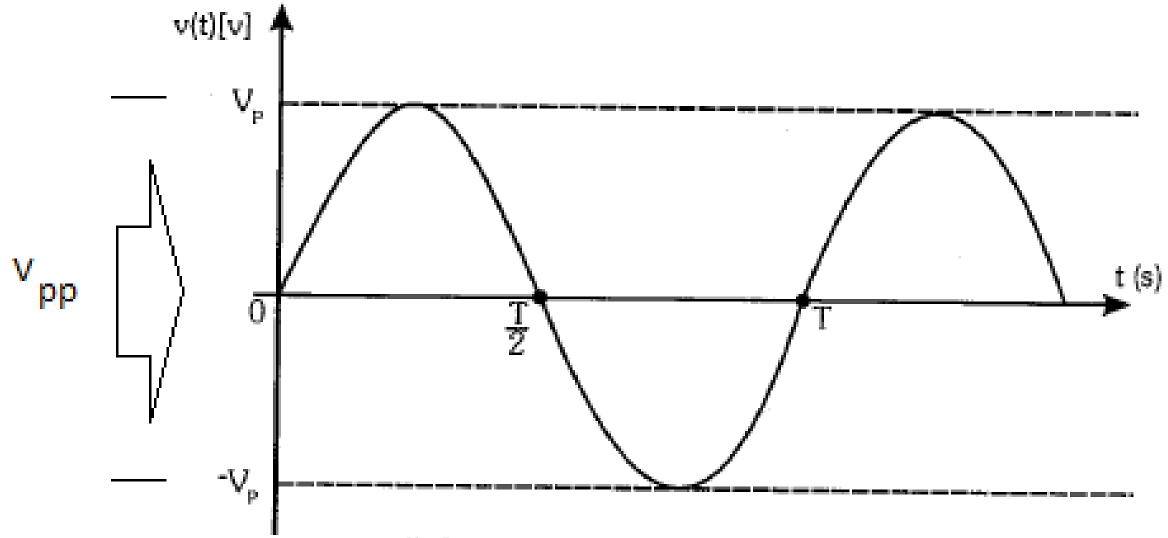


(b) Domínio angular

VALOR DE PICO A VALOR DE PICO A PICO

A amplitude máxima, positiva ou negativa que a tensão pode atingir é chamada de tensão de pico , Vp e a amplitude total entre os valores máximos positivo e negativo é chamada de tensão de pico a pico, Vpp , sendo:

$$V_{pp} = 2\ V_p$$



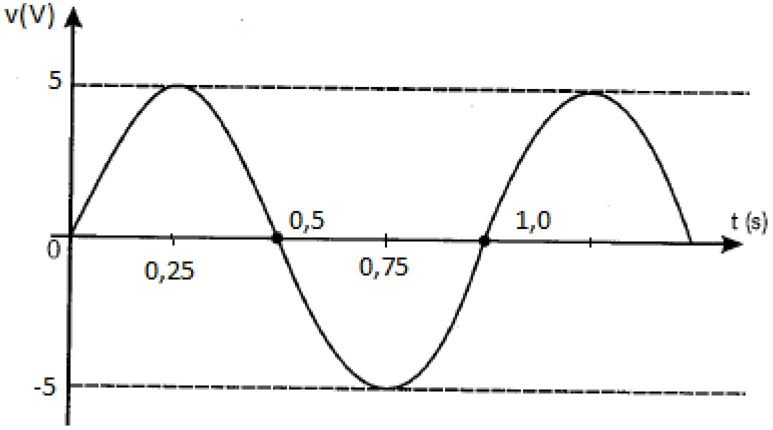
(a) Domínio temporal

PERÍODO E FREQÜÊNCIA

- O tempo que a função necessita para completar um ciclo chama-se período (T)
- O número de vezes que um ciclo se repete por segundo chama-se freqüência (f)

$$\boxed{f = 1/T}$$

- T = período em segundos
- f = freqüência em Hertz (Hz) ou ciclos/segundo



REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA

- Uma tensão senoidal no domínio temporal é representada pela função :

$$\boxed{v(t) = Vp.\text{sen}\,\omega t}$$

- No domínio angular será :

$$\boxed{v(\theta) = Vp.\text{sen}\,\theta \;\; \text{sendo:}}$$

- v = valor no instante t ou para o ângulo θ
- Vp=valor de pico da tensão
- ω = freqüência angular em rd/s
- θ = ângulo em rd

FREQÜÊNCIA ANGULAR

- A freqüência angular ou velocidade angular ω corresponde à variação do ângulo θ do sinal em função do tempo.

$$\boxed{\theta = \omega t}$$

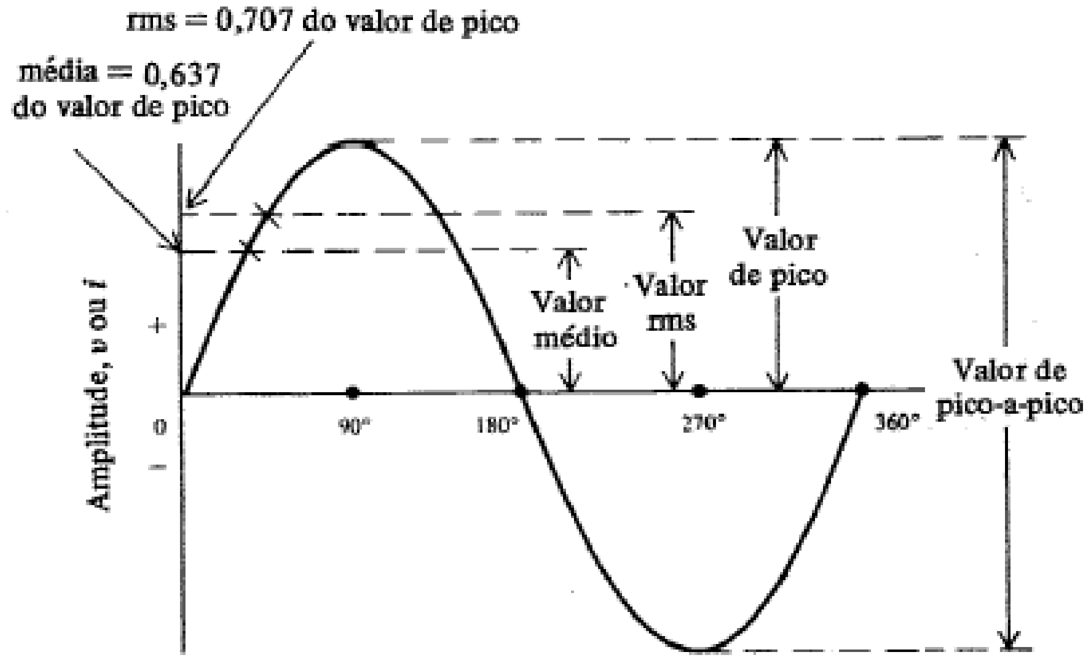
$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}}$$

$$\boxed{\omega = 2\pi . f}$$

VALOR EFICAZ - RMS

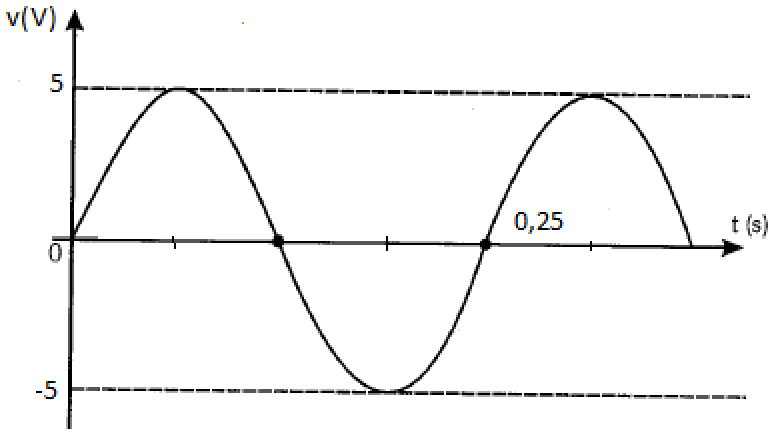
- O valor eficaz de uma corrente alternada é igual ao valor da corrente contínua , que fluindo por um resistor fornece à esse resistor a mesma potencia que a corrente alternada.

$$\boxed{Vrms = Vmax / \sqrt{2}}$$



Valores de amplitude para uma onda senoidal ca

EXEMPLO



Tensão de Pico: Vp = 5V
Tensão de pico a pico: Vpp = 10 V
Período: T = 0,25 s
Freqüência: f = 1/0,25s = 4 Hz
Freqüência angular: $\omega = 2\ \pi\ f = 2\ \pi\ 4 = 8\ \pi$ rd/s
Valor eficaz: Vrms = 5 . 0,707 = 3,535 Vrms

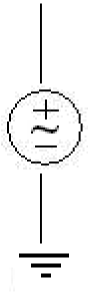
Expressão matemática: $v(t) = Vp \text{ sen } \omega\ t = v(t) = 5 \text{ sen } 8\ \pi\ t$

Exemplo: t = 0,6 s

$v(t) = 5 \text{ sen } (8\ \pi\ 0{,}6) = 2{,}94$ V

Passar duma rede do domínio do tempo ao domínio da frequência

$$V_{RMS} = \frac{V_{MÁX}}{\sqrt{2}}$$

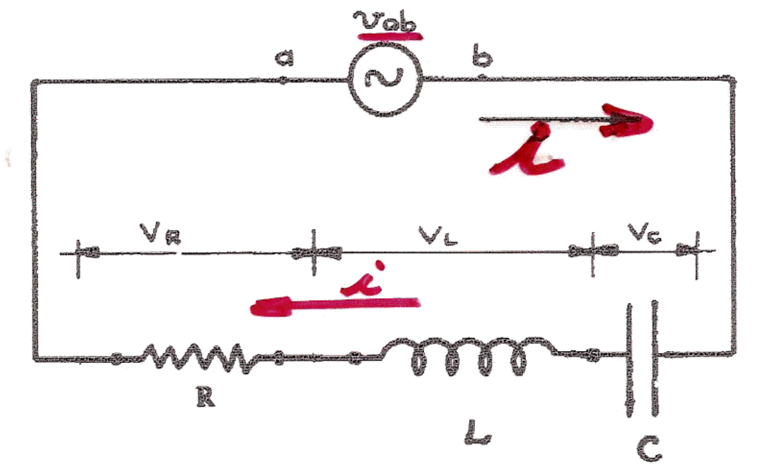


Exemplo:

$$V(t) = \underbrace{120\sqrt{2}}_{V_{MÁX}} \cos(1000t + 30^{o})[V]$$

$$\bar{V} = 120\angle 30^{o} \left[V_{RMS}\right]$$

CIRCUITOS DE CORRENTE ALTERNADA



$v_{ab} = V_{max}$ **sen (ω t) [v]** (1)

$v_{ab} = V_R + V_L + V_C$ **[v]** (2)

$$V_R = R\mathrm{i}$$

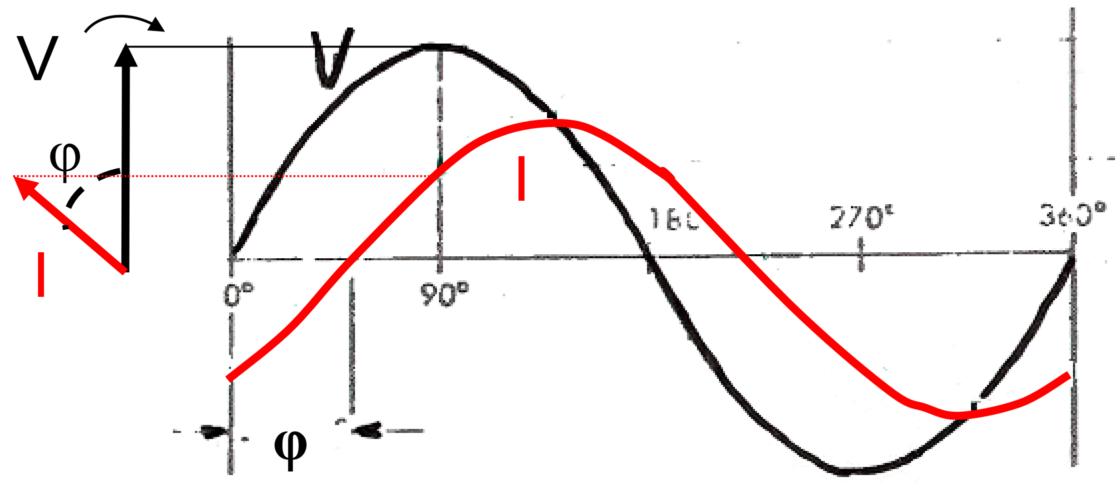
$$V_L = L\,\frac{\mathrm{di}}{\mathrm{dt}}$$

$$V_C = \frac{\mathrm{q}}{\mathrm{C}}$$

igualando (1) e (2) e substituindo V_R, V_L e V_C temos:

concluindo:

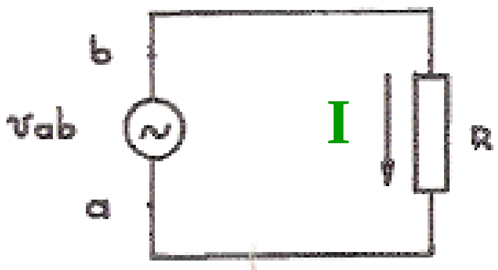
$$v = V_{máx}\,\mathrm{sen}(\omega t)\ \ e \qquad\qquad I = I_{máx}\,\mathrm{sen}(\omega t - \phi)$$



$$onde \quad \phi = arc\ tg\,\frac{X_L - X_C}{R}$$

CASOS PARTICULARES

Circuito puramente resistivo

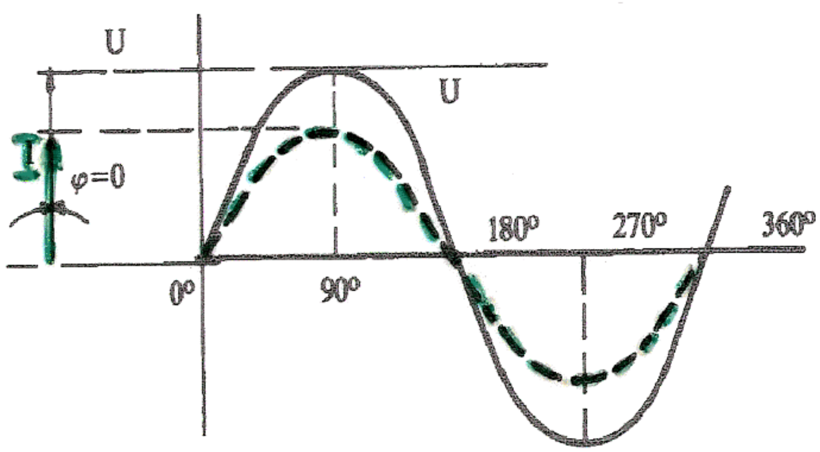


$$X_L = X_C = 0$$

como

$$\phi = arc\,tg\,\frac{X_L - X_C}{R} \quad então:$$

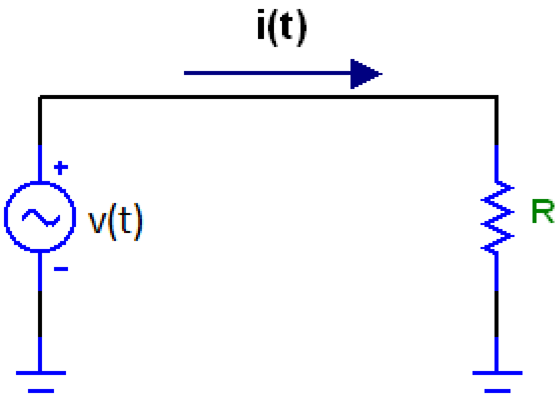
$$\phi = arc\,tg\,\frac{0}{R} \quad \therefore \quad \phi = 0^0 \quad \text{logo:}$$

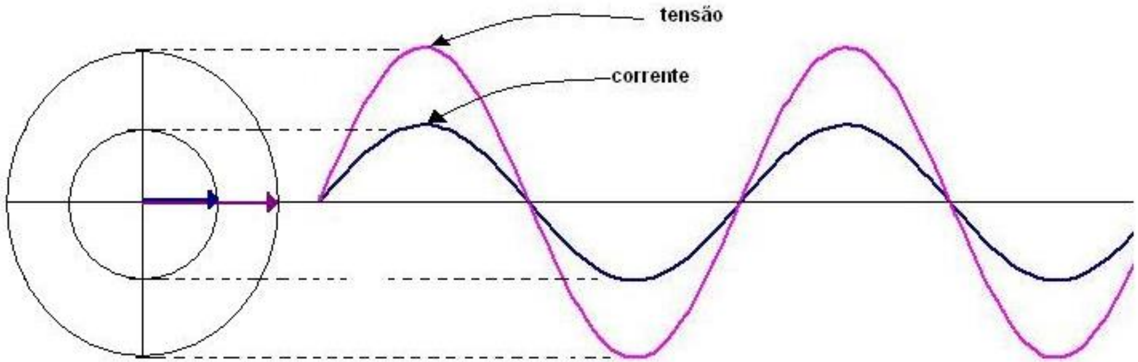


$$I = I_{máx}\,\text{sen}(\omega t)$$

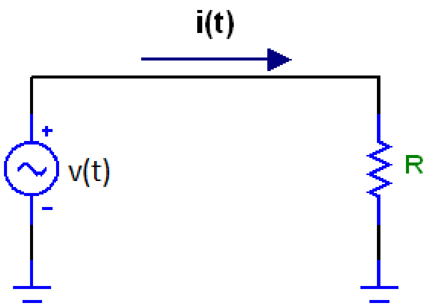
CIRCUITOS RESISTIVOS EM CA

A **resistência elétrica**, quando submetida a uma tensão alternada, produz uma corrente elétrica com a **mesma forma de onda, mesma freqüência e mesma fase** da tensão, porém com amplitude que depende dos valores da tensão aplicada e da resistência, conforme a **LEI DE OHM.**





TENSÃO E CORRENTE NA RESISTÊNCIA ELÉTRICA



$$v(t) = Vp \,.\, \text{Sen}\,(\omega t + \Phi_o)$$

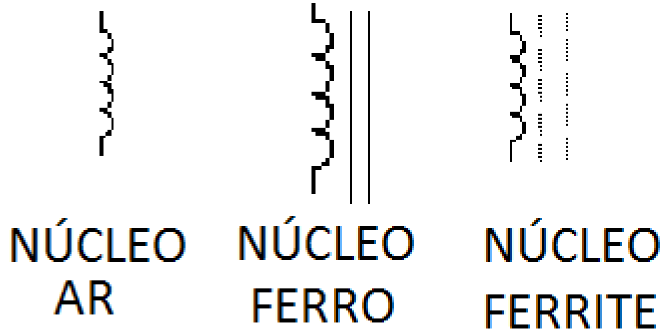
Lei de OHM:

$$i(t) = \frac{v(t)}{R} \Rightarrow i(t) = \frac{Vp}{R}\,\text{Sen}\,(\omega t + \Phi_o) \Rightarrow i(t) = Ip\,\text{Sen}\,(\omega t + \Phi_o)$$

Sendo: $Ip = \dfrac{Vp}{R}$

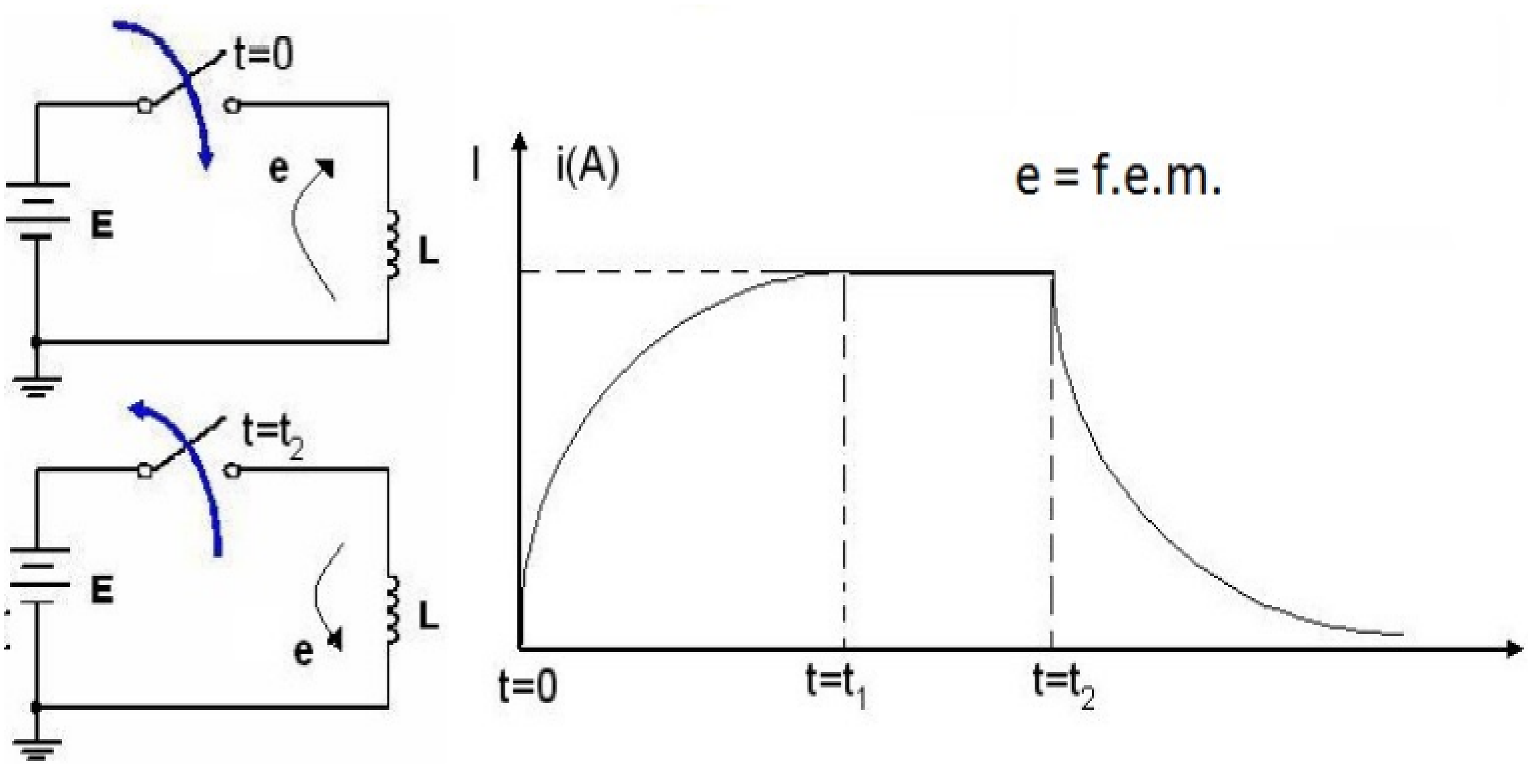
INDUTOR

Chamamos de indutor um fio enrolado em forma de hélice em cima de um núcleo que pode ser de ar ou de outro material.



FORÇA ELETROMOTRIZ

Uma corrente, ao passar por uma espira (uma volta de fio), origina um campo magnético cujas linhas de campo cortam as espiras subsequentes, induzindo nelas uma tensão **e, denominada FEM**



INDUTÂNCIA L

1. A oposição às **variações** de corrente num indutor é análoga à oposição à passagem de corrente num resistor.
2. No indutor, a tensão é diretamente proporcional à variação de corrente, sendo **L** a constante de proporcionalidade, que é dada por:

$$\boxed{v(t) = L.\frac{di(t)}{dt}}$$

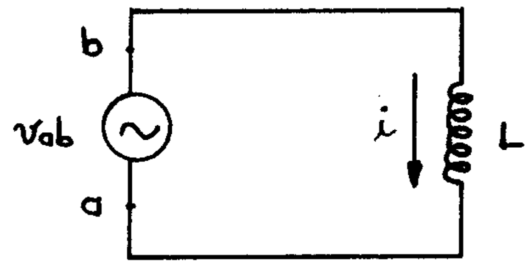
onde:

$v(t)$ = tensão no indutor

L = indutância

$\frac{di(t)}{dt}$ = Variação da corrente em função do tempo

Circuito puramente indutivo



$$R = X_C = 0$$

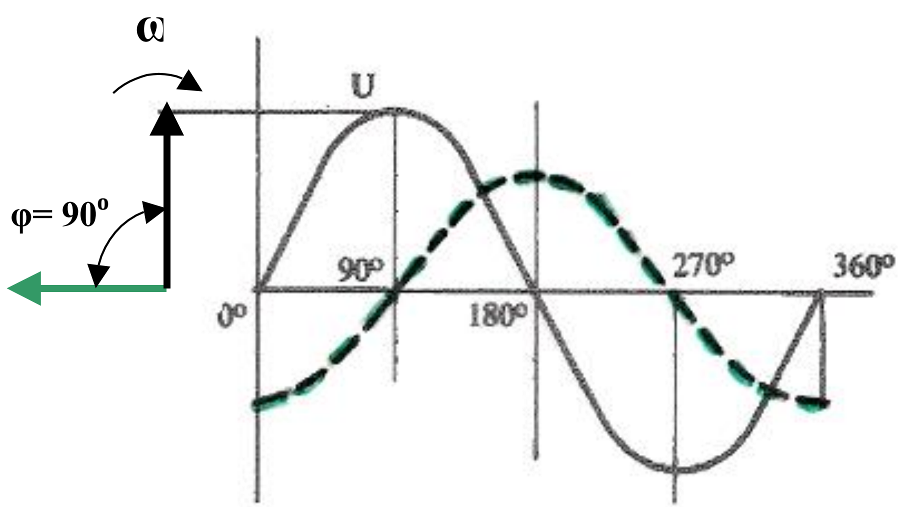
como

$$\phi = arc\,tg\,\frac{X_L - X_C}{R} \quad então:$$

$$\phi = arc\,tg\,\frac{X_L}{0} \quad \therefore \quad \phi = 90^0$$

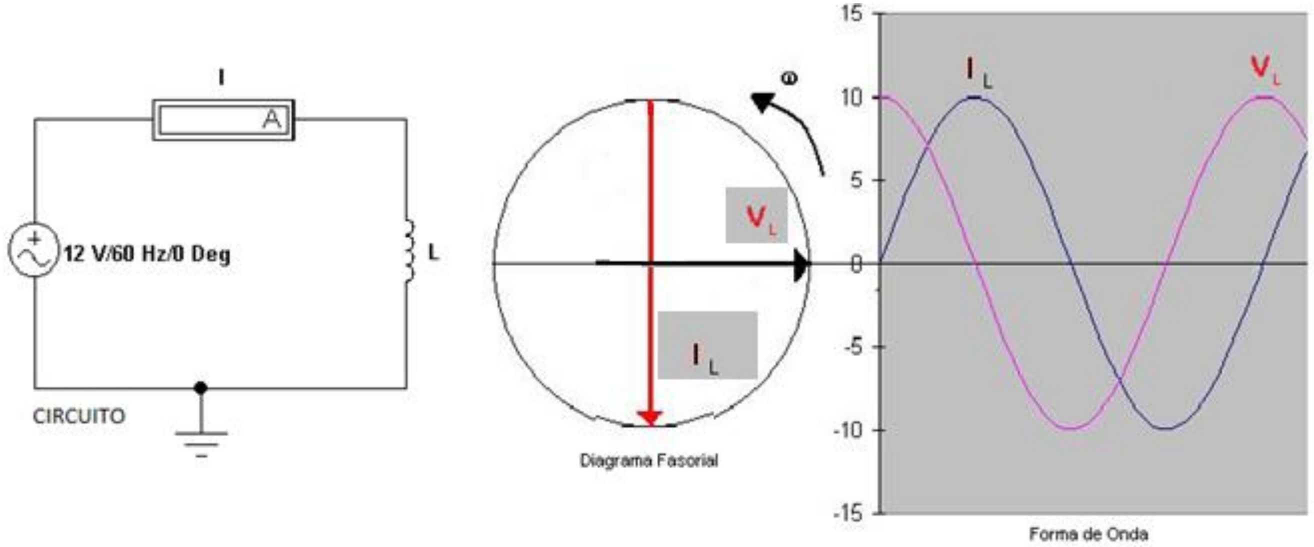
$$\text{logo:}$$

$$I = I_{máx} sen(\omega t - 90)$$



INDUTOR IDEAL EM CA

Se a tensão aplicada a um **indutor ideal** for senoidal, a corrente fica **atrasada de 90°** em relação à tensão.



$v(t) = Vp \,.\, \text{sen}\, \omega t$ ou $v = Vp \angle 0^{\circ}$

$i(t) = Ip \,.\, \text{sen}\,(\omega t - 90^{\circ})$ ou $i = Ip \angle -90^{\circ}$

REATÂNCIA INDUTIVA

A medida da oposição que o indutor oferece à variação da corrente é dada pela sua **reatância indutiva X_L .**

$$\boxed{X_L = 2\pi f L}$$

ou

$$\boxed{X_L = \omega L}$$

Sendo:

$X_L =$ módulo da reatância indutiva em OHM (Ω)

L = Indutância da bobina em Henry (H)

f = freqüência da corrente em Hertz (Hz)

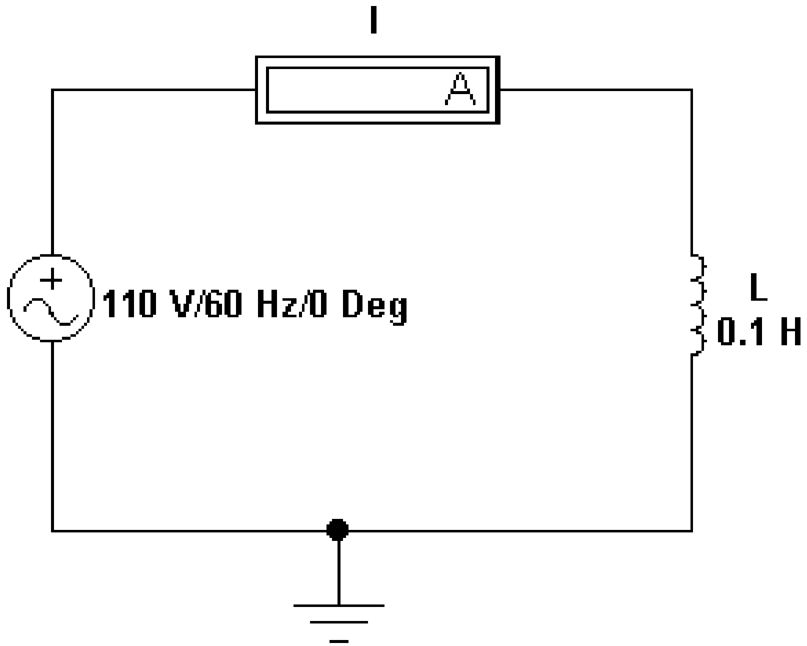
ω = freqüência angular da corrente em radianos/segundos (rd/s)

EXEMPLO

Uma bobina tem 0,1 H de indutância, sendo ligada a uma tensão de 110V, 60Hz.

Determinar: a) Reatância da bobina (X_L)

b) Valor da corrente no circuito (I)



Solução:

a) $X_L = 2.\pi.60.0,1 = 37,7\Omega$

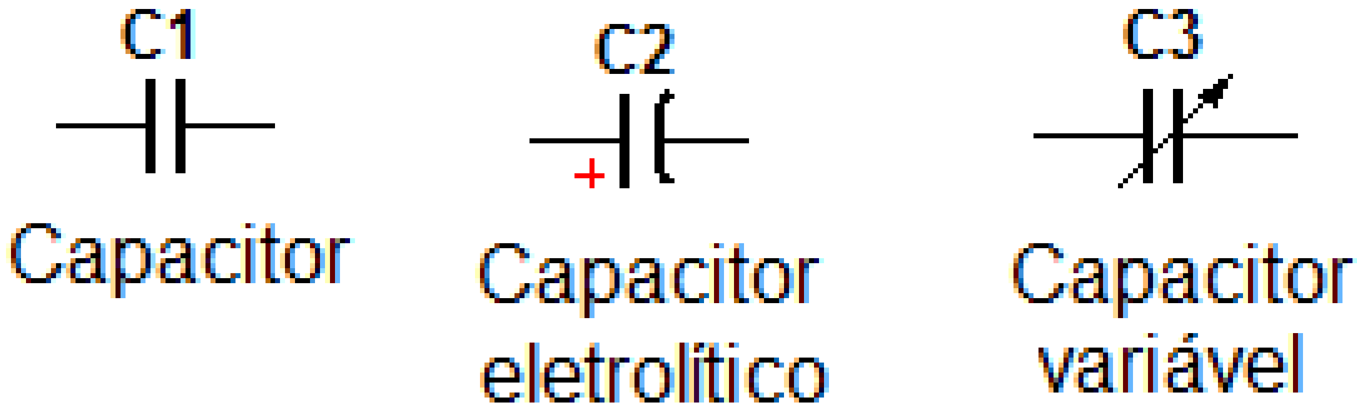
b) $I = V / X_L = 110 / 37,7 = 2,9A$

CONCLUSÃO

O **indutor ideal** comporta-se como um **curto-circuito** em corrente contínua e como uma **resistência elétrica** em corrente alternada. Para uma freqüência muito alta, o indutor comporta-se como um **circuito aberto.**

CAPACITOR

Um **capacitor** ou **condensador** é um dispositivo que armazena cargas elétricas. Ele consiste basicamente em duas placas metálicas paralelas, denominadas armaduras, separadas por um isolante, chamado material dielétrico



CAPACITÂNCIA

A capacitância C é a medida da capacidade do capacitor de armazenar cargas elétricas, isto é, armazenar energia na forma de campo elétrico

$$\boxed{Q = V \cdot C}$$

Onde:
Q = quantidade de cargas em Coulomb (C)
V = tensão entre oe terminais em Volt (V)
C = capacitância em Farad (F)

CONCLUSÕES: CAPACITOR

1. Um capacitor armazena energia na forma de campo elétrico.
2. Um capacitor comporta-se como um circuito aberto em tensão contínua, mas permite a condução de corrente para tensão variável.
3. Num capacitor, a corrente está adiantada em relação à tensão.

CAPACITÂNCIA

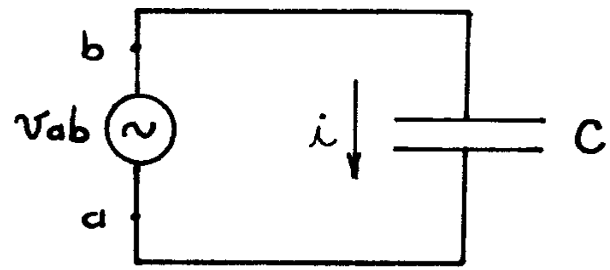
O fato do **capacitor** permitir a condução de corrente quando a tensão aplicada é variável, não significa que a condução ocorra sem oposição. Só que no caso do capacitor, ao contrário do que ocorre no indutor, quanto mais rápida é a variação da tensão, menos oposição existe à passagem da corrente.

No capacitor a corrente é diretamente proporcional à variação de tensão, sendo esta constante proporcionalmente à **capacitância c**

$$\boxed{i(t) = C \cdot \frac{dv\,(t)}{dt}}$$

i(t) = corrente no indutor
C = capacitância
dv(t) / dt = variação da tensão em função do tempo

Circuito puramente capacitivo



$$X_L = R = 0$$

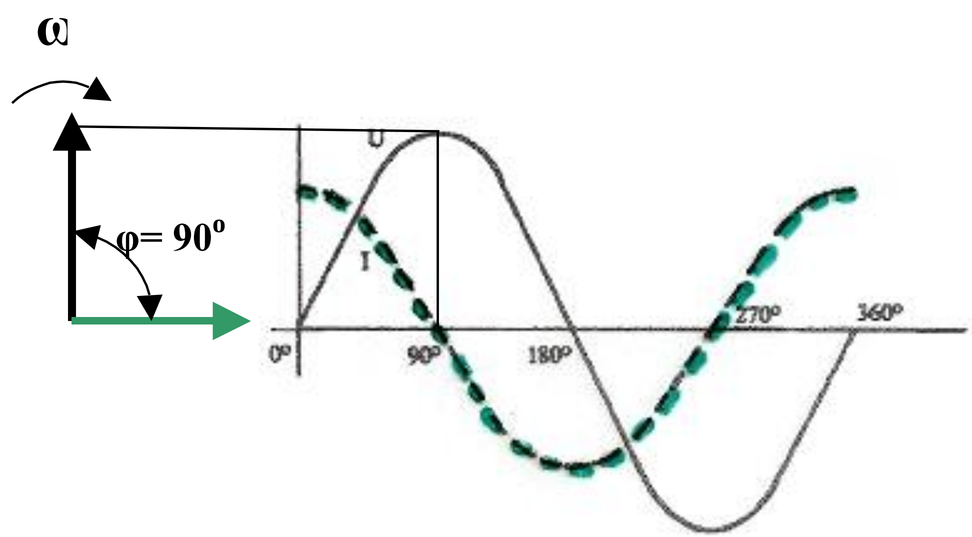
como

$$\phi = arc\ tg\ \frac{X_L - X_C}{R} \quad então:$$

$$\phi = arc\,tg\frac{-X_C}{0} \quad \therefore \quad \phi = -90^0$$

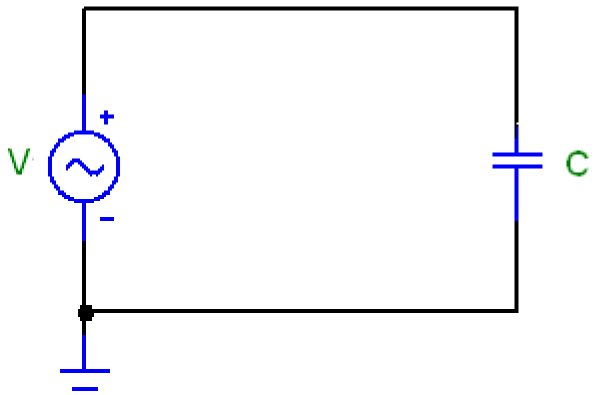
logo:

$$I = I_{máx} sen(\omega t + 90)$$



CAPACITOR IDEAL EM CA

Se a tensão aplicada a um **indutor ideal** for senoidal, a corrente fica **adiantada de 90°** em relação à tensão.



$v(t) = Vp \text{ sen } \omega t$ ou $v = Vp \angle 0°$

$i(t) = Ip \text{ sen } (\omega t + 90°)$ ou $i = Ip \angle 90°$

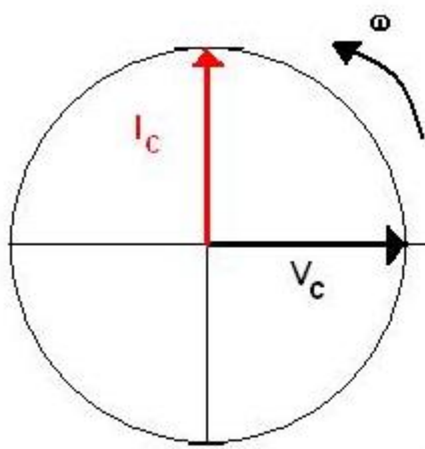
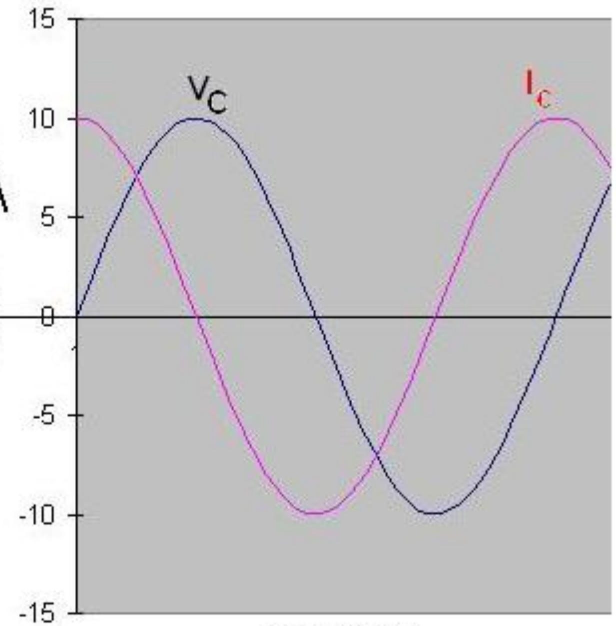
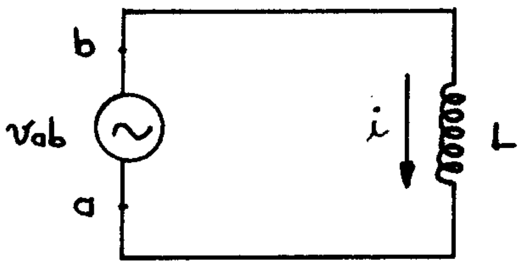


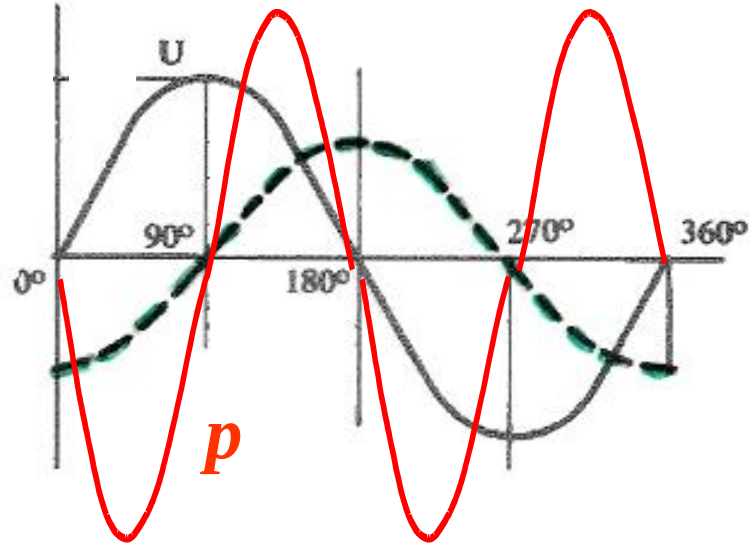
Diagrama Fasorial



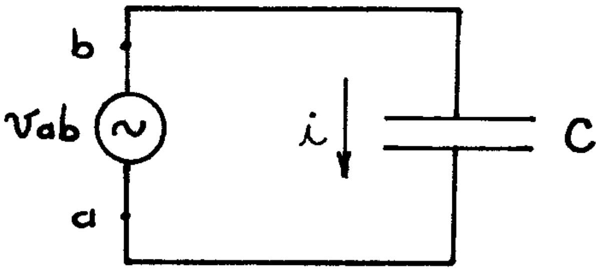
Forma de Onda

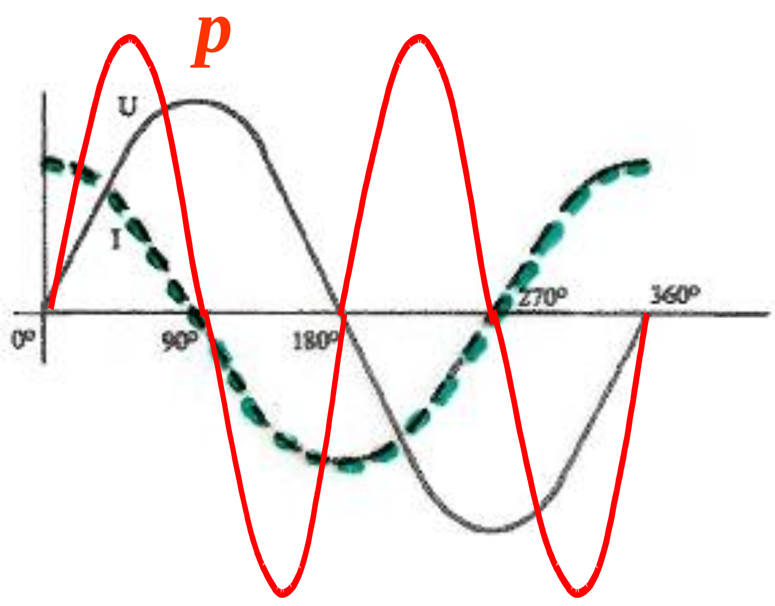
Circuito indutivo





Circuito capacitivo





REATÂNCIA CAPACITIVA

É a medida da oposição oferecida pelo capacitor à passagem da corrente alternada.

$$X_C = \frac{1}{2\pi . f . C} = \frac{1}{\varpi . C}$$

C em **Farads** (F),

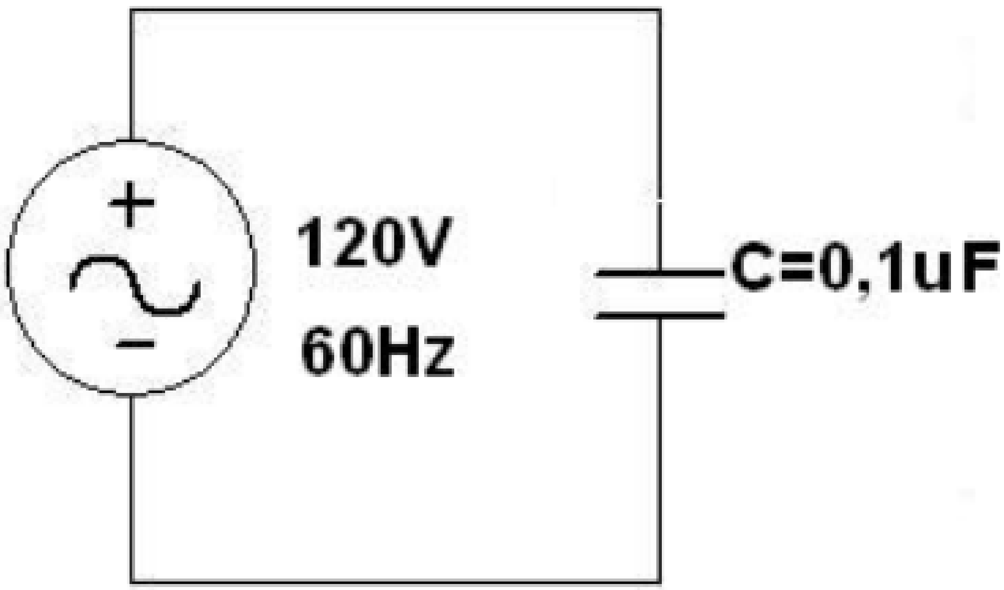
f em **Hertz** (Hz)

X_C em **Ohms** (Ω)

módulo da corrente no circuito

$I = \frac{V_C}{X_C}$ **V_C em volts X_C em Ohms I em amperes**

Calcule a intensidade da corrente no circuito



Solução: Como são dados C e a freqüência, podemos calcular a reatância capacitiva (Xc)

$$X_C = \frac{1}{2.\pi.60.0{,}1.10^{-6}} = 26{,}5K\Omega$$

$$I = \frac{120V}{26{,}5K\Omega} = 4{,}5mA$$

Senóides

- Período : T
  - Tempo necessário para se percorrer um ciclo
- Freqüência: $f = 1/T$
  - Ciclos por segundo
- Freqüência Angular: $\omega = 2\pi f$
- Amplitude: V_M

Exemplo

$$V_1(t) = 100\cos(377t - 40^o)$$
$$V_2(t) = 60\cos(377t - 90^o)$$

Desfase:

$$\phi = \phi_1 - \phi_2 = -40 - (-90) = 50^o$$

$V_1(t)$ está adiantado em 50º de $V_2(t)$

$V_2(t)$ está atrasado 50º de $V_1(t)$

Exem. 2

$$I_1(t) = 12sen(1000t + 60)$$
$$I_2(t) = -6\cos(1000t + 30)$$

Primeiro vamos fazer I_2 positiva

$$I_2(t) = -6\cos(1000t + 30 + 180)$$
$$I_2(t) = 6\cos(1000t + 210^o)$$

$$I_2(t) = 6sen(1000t + 210 + 90^o)$$

$$I_2(t) = 6sen(1000t + 300^o)[A]$$

$$\phi = \phi_1 - \phi_2 = 60 - 300 = -240^o$$

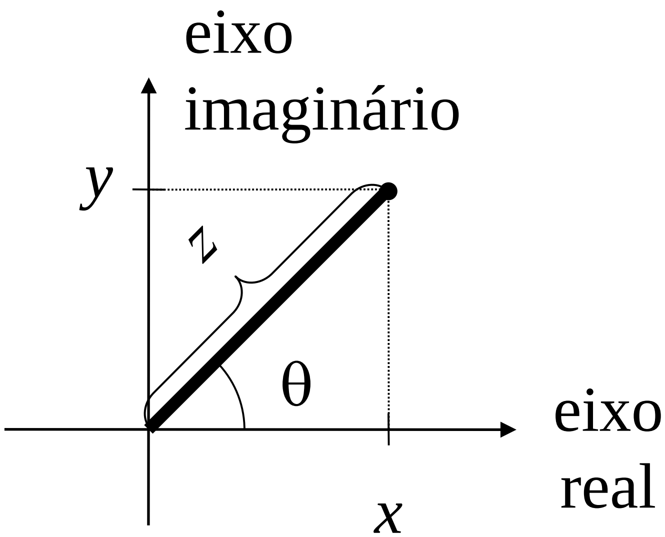
ângulo positivo

$$\phi = \phi_1 - \phi_2 = 360^o - 240^o = 120^o$$

$I_1(t)$ se adiantara 120º a $I_2(t)$

$I_2(t)$ se atrasa 120º a $I_1(t)$

Números Complexos



- *x* é a parte real
- *y* é a parte imaginária
- *z* é a amplitude ou magnitude
- θ é a fase

➢ Coordenadas Polares: A = ***z*** **∠ θ**

➢ Coordenadas Retangulares: A = ***x*** **+** ***jy***

P→R $x = z\cos\theta$ $y = z\,\mathrm{sen}\,\theta$

R→P $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\theta = \tan^{-1}\dfrac{y}{x}$

FASORES

- FASOR é um NÚMERO COMPLEXO que representa a amplitude e a fase de uma tensão ou corrente senoidal

$$X_M \cos(\omega t + \theta)$$

Domínio Tempo

$$\Updownarrow$$

$$\mathbf{X} = X_M \angle \theta$$

Domínio Freqüência

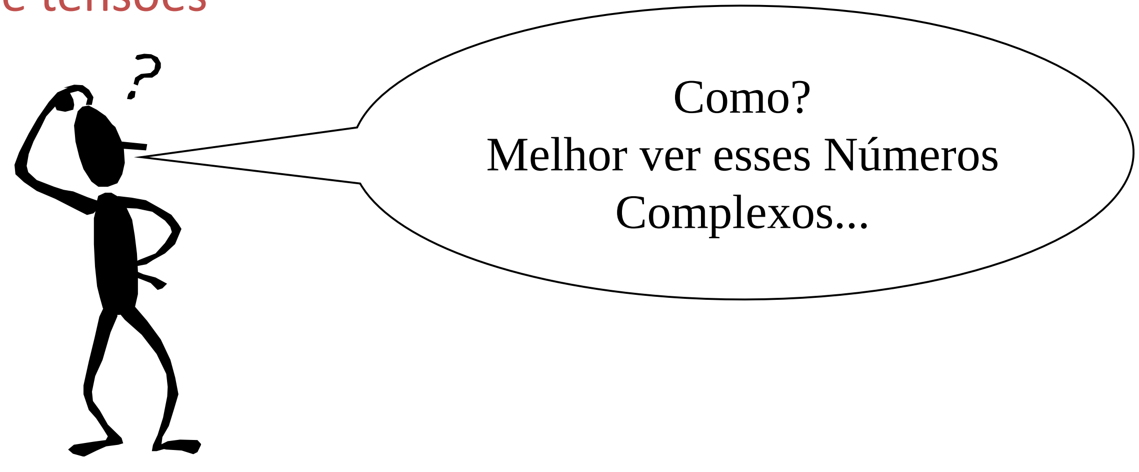
Impedância Complexa

- A Impedância Complexa descreve a relação entre a tensão (expressa como Fasor) sobre um elemento R, L ou C e a corrente no elemento (expressa como Fasor)

- A impedância é um número complexo

- O valor da impedância normalmente depende da freqüência

- Fasores e Impedâncias Complexas nos permitem utilizar a Lei de Ohm com números complexos para determinar tensões a partir de correntes e correntes a partir de tensões



Representando Formas de Onda Senoidais como Fasores

- Fasor (domínio freqüencia) é um número complexo

$$\boxed{X = z \angle \theta = x + jy}$$

- Um sinal senoidal é uma função do tempo

$$\boxed{x(t) = z \cos(\omega t + \theta)}$$

Exemplo:

Encontre a representação no domínio tempo para os seguinte fasores:

$X = -1 + j2$

$V = 104V - j60V$

$A = -1mA - j3mA$

Aritmética com Números Complexos

- Para se determinar FASORES de Tensão ou Corrente é necessário que saibamos proceder operações aritméticas básicas com números complexos:
  - Soma
  - Subtração
  - Multiplicação
  - Divisão

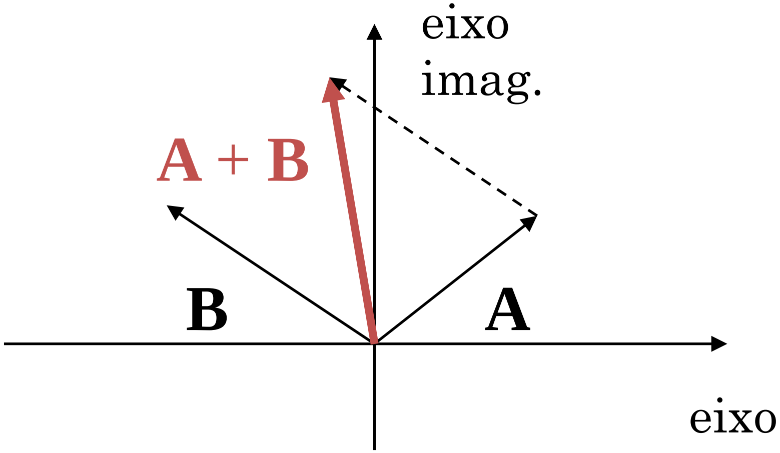
Soma e Subtração
(melhor na forma retangular)

- Soma

$$A = x + jy$$

$$B = z + jw$$

$$A + B = (x + z) + j(y + w)$$

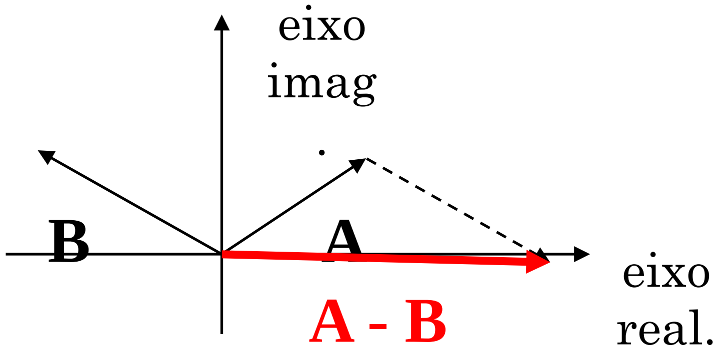


- Subtração
  - Subtração é mais facilmente feita em coordenadas retangulares

$$A = x + jy$$

$$B = z + jw$$

$$A - B = (x - z) + j(y - w)$$



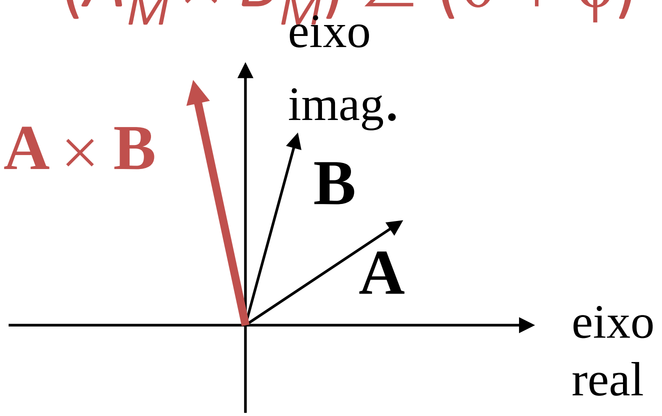
Multiplicação e Divisão

- Multiplicação (melhor na forma polar)
  - Multiplicação é mais facilmente feita em coordenadas polares

$$A = A_M \angle \theta$$

$$B = B_M \angle \phi$$

$$A \times B = (A_M \times B_M) \angle (\theta + \phi)$$

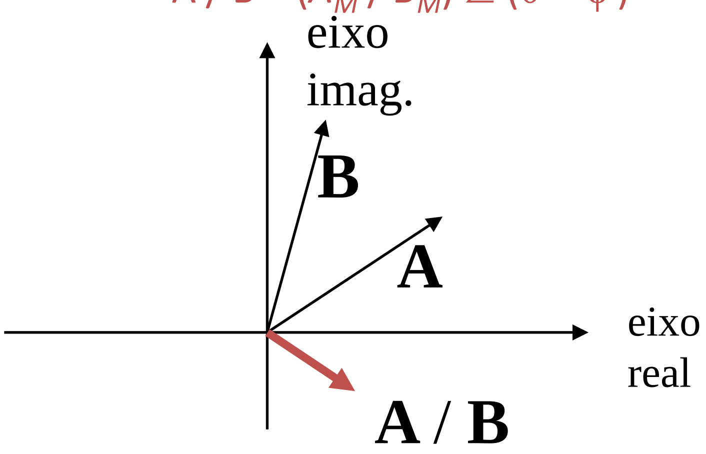


- Divisão
  - Divisão é mais faclmente feita em em coordenadas polares

$$A = A_M \angle \theta$$

$$B = B_M \angle \phi$$

$$A / B = (A_M / B_M) \angle (\theta - \phi)$$

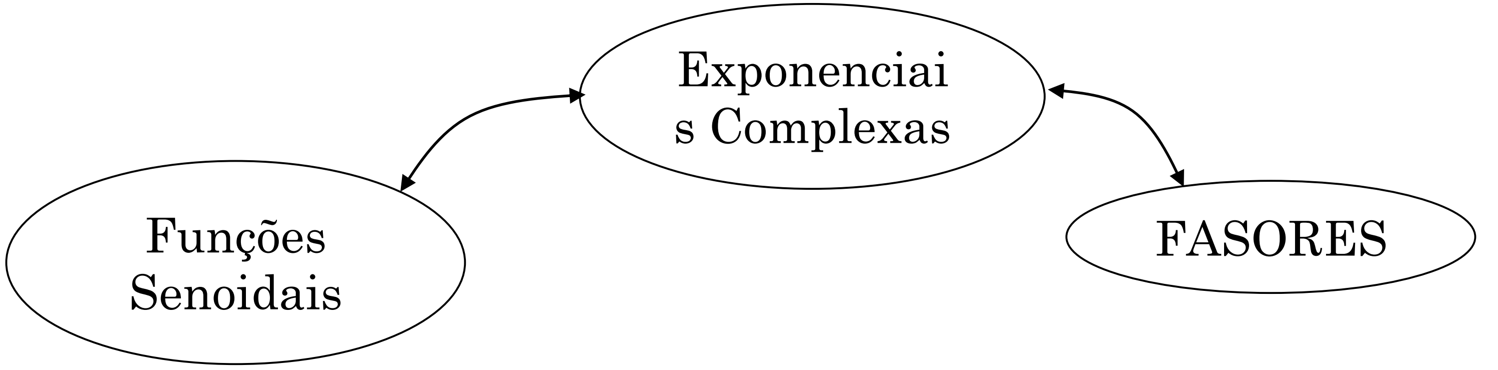


Exponencial Complexa

- Uma senoide, função do tempo, pode ser representada como a parte real de uma exponencial complexa

- Exponenciais Complexas nos propiciam a ligação entre as funções senoidais do tempo e os fasores.

- Exponenciais Complexas tornam a análise de um circuito RLC em regime permanente para excitação senoidal um problema algébrico



Exponenciais Complexas

- Um número complexo (FASOR) $A = z \angle \theta$ pode ser representado como:

$$A = z \angle \theta = z\, e^{j\theta} = z \cos \theta + j\, z \,\mathrm{sen}\, \theta$$

- A exponencial complexa básica é:

$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \,\mathrm{sen}\, \omega t$$

- O que você obtêm ao multiplicar A por $e^{j\omega t}$ e tomar a parte real deste produto?

Exponenciais Complexas

$$Ae^{j\omega t} = z\, e^{j\theta}\, e^{j\omega t} = z\, e^{j(\omega t+\theta)}$$

$$z\, e^{j(\omega t+\theta)} = z \cos(\omega t+\theta) + j\, z \,\mathrm{sen}\,(\omega t+\theta)$$

$$\mathrm{Re}[Ae^{j\omega t}] = z \cos(\omega t+\theta)$$

Senóides, Exponenciais Complexas e Fasores

- Senóide:

$$z \cos(\omega t + \theta)$$

- Exponencial Complexa:

$$Ae^{j\omega t} = z\, e^{j(\omega t + \theta)}$$

- Fasor:

$$A = z \angle \theta$$

$$\boxed{z \cos(\omega t + \theta) = \mathbf{Re}\{z\, e^{j(\omega t + \theta)}\} = \mathbf{Re}\{\mathbf{A} e^{j\omega t}\}}$$

Dominio do tiempo	**Dominio da Frequencia**
$A\cos(\omega t \pm \theta)$	$A\angle \pm \theta$
$Asen(\omega t \pm \theta)$	$A\angle \pm \theta - \frac{\pi}{2}$

Converter a fasores

$$v(t) = 24\cos(377t - 45^{o})[V]$$

$$i(t) = 12sen(377t + 120)[A]$$

$$\overline{V} = 24\angle -45^{o}$$

$$\overline{I} = 12\angle 120^{o} - 90^{o}$$

Exemplo

Converter os fasores:

$$\overline{V} = 16\angle 20^{o}$$

$$\overline{I} = 10\angle -75^{o}$$

No domínio da frequência al domínio do tempo, se f=1k Hz.

$$\omega = 1kHz(2\pi)$$

$$\omega = 2000\pi$$

$$v(t) = 16\cos(2000\pi t + 20^{o})$$

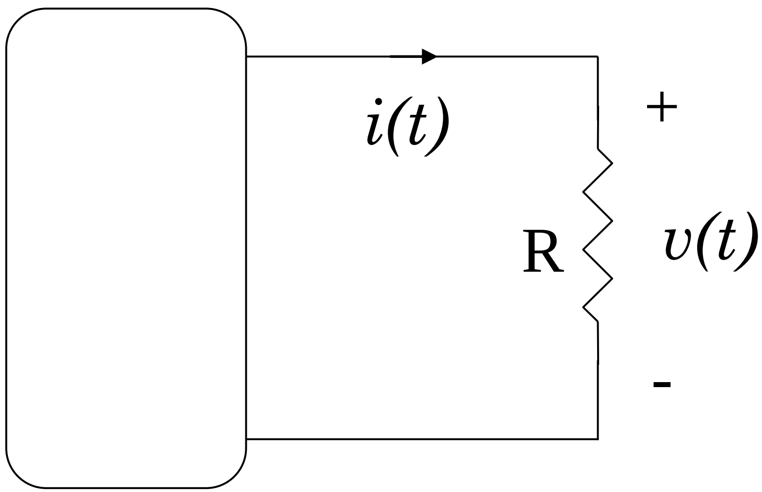
$$i(t) = 10\cos(2000\pi t - 75^{o})$$

Relações entre os Fasores associados aos Bipolos de um Circuito

- Os Fasores nos pertimem expressar a relação entre tensão e corrente em Indutores e Capacitores de forma bastante semelhante a que usamos para expressar a relação entre tensão e corrente em Resistores.

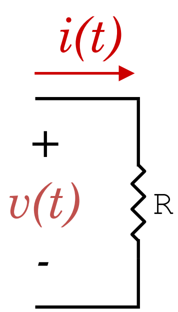
- A exponencial complexa é a ferramenta matemática utilizada para obter tais relações.

Relação V-I no Resistor



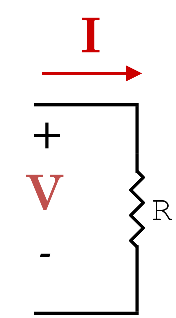
$$v(t) = Ri(t)$$

- Representando na forma FASORIAL

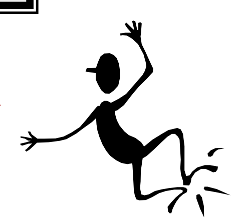


$$i(t) = \mathrm{Re}\left\{ I_M e^{j\omega t + j\theta} \right\} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I} = I_M \angle \theta$$

$$v(t) = \mathrm{Re}\left\{ R I_M e^{j\omega t + j\theta} \right\} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V} = R\,\mathbf{I}$$

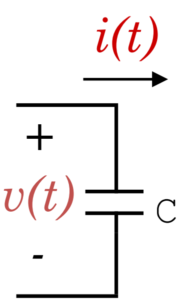


A multiplicação por R na relação entre $v(t)$ e $i(t)$ torna-se uma multiplicação por $\mathbf{I}$ na relação entre $\mathbf{V}$ e $\mathbf{I}$



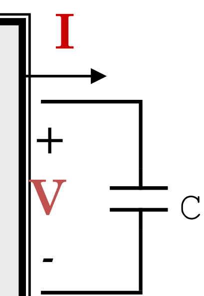
Relação V-I no Capacitor

- Representando na forma FASORIAL



$$v(t) = \mathrm{Re}\left\{V_M e^{j\omega t + j\theta}\right\} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V} = V_M \angle \theta$$

$$i(t) = \mathrm{Re}\left\{j\omega C V_M e^{j\omega t + j\theta}\right\} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I} = j\omega C\,\mathbf{V}$$



A derivada na relação entre $i(t)$ e $v(t)$ (capacitor) torna-se uma multiplicação por $j\omega\mathbf{V}$ na relação entre **I** e **V**

Exemplo

Sendo:

$v(t) = 120\text{V} \cos(377t + 30°)$

$C = 2\mu\text{F}$

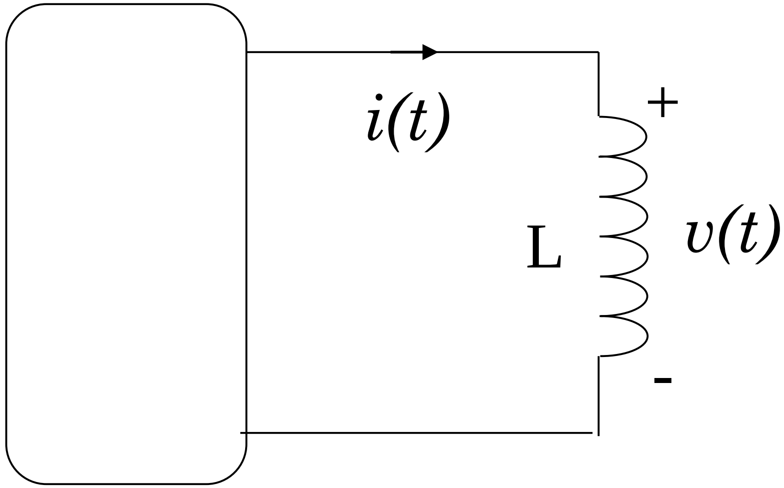
Qual é a representação Fasorial de $v(t)$ e $i(t)$ e a expressão de $i(t)$?

$\text{V}=?$

$\text{I}=?$

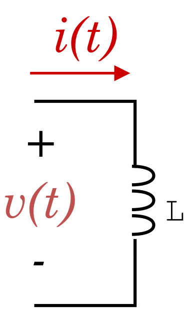
$i(t)=?$

Relação V-I no Indutor



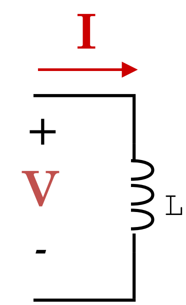
$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

- Representando na forma FASORIAL

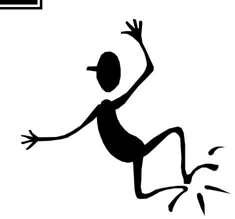


$$i(t) = \mathrm{Re}\left\{I_M e^{j\omega t + j\theta}\right\} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I} = I_M \angle\theta$$

$$v(t) = \mathrm{Re}\left\{j\omega L I_M e^{j\omega t + j\theta}\right\} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V} = j\omega L\,\mathbf{I}$$



A derivada na relação entre $v(t)$ e $i(t)$ (indutor) torna-se uma multiplicação por $j\omega\mathbf{I}$ na relação entre $\mathbf{V}$ e $\mathbf{I}$



Exemplo

Sendo:

$i(t) = 1\mu A \cos(2\pi\, 10^{12} t + 30°)$

$L = 1\mu H$

Qual é a representação Fasorial de *i*(*t*) e *v*(*t*) e a expressão de *v*(*t*)?

I=?

V=?

$v(t) = \_\_\_\_ \cos(2\pi\, 10^{12} t + \_\_\_\_)$

Quantos graus *v*(*t*) está defasado de *i*(*t*)?

Impedância

- A análise de um circuito com excitação senoidal, em regime permanente, usando FASORES, nos permite expressar as relações entre corrente e tensão nos elementos R, L e C com uma fórmula similar a utilizada na lei de Ohm.

$$\boxed{V = Z\, I}$$

- Z é chamada de IMPEDÂNCIA

Resistor	Indutor	Capacitor
$\mathbf{V} = R\mathbf{I}$	$\mathbf{V} = j\omega L\mathbf{I}$	$\mathbf{V} = \frac{1}{j\omega C}\mathbf{I}$
$\mathbf{Z} = R$	$\mathbf{Z} = j\omega L$	$\mathbf{Z} = \frac{1}{j\omega C}$

Exemplo

$$*\, R = 3\Omega$$

$$z_R = R\angle 0^\circ$$

$$z_R = 3\angle 0^\circ$$

$$*\, \omega = 1000$$

$$L = 5mH$$

$$z_L = J\omega L$$

$$z_L = J(1000)(5mH)$$

$$z_L = J5$$

$$z_L = X_L\angle 90^o$$

$$z_L = 5\angle 90^o$$

$$*\, \omega = 1000$$

$$c = 125\mu F$$

$$z_C = -\frac{J}{\omega c}$$

$$z_C = -\frac{J}{(1000)(125\mu F)}$$

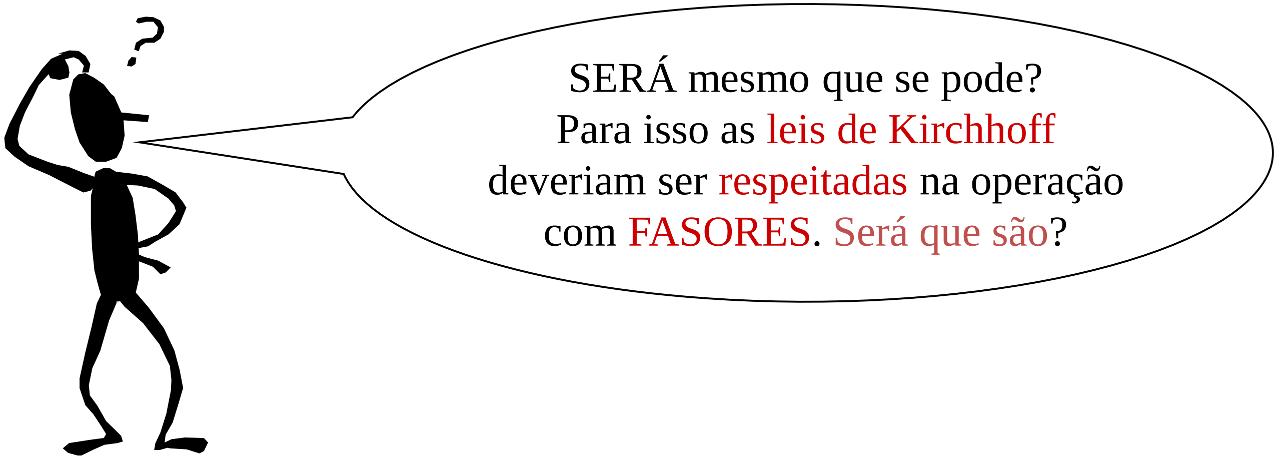
$$z_C = -8J$$

$$z_C = X_C\angle -90^o$$

$$z_C = 8\angle -90^o$$

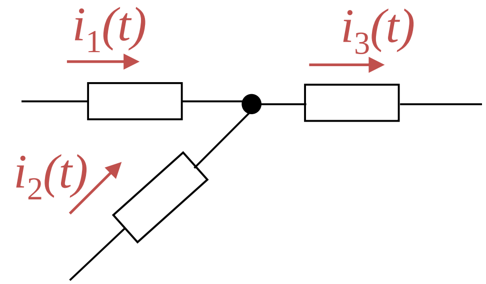
Reflexões sobre IMPEDÂNCIA

- Impedância (geralmente) depende da freqüência
- Impedância (geralmente) é um número complexo
- Impedância NÃO É um FASOR (Porque?)
- O conceito de Impedância e Fasor nos permite analisar circuitos RLC lineares com excitação senoidal, em regime permanente, com as mesmas técnicas empregadas para analisar circuitos puramente resistivos.



Exemplo

Sendo as correntes no Nó A *$i_1(t)$, $i_2(t)$ e $i_3(t)$, onde*



$$i_1(t) = 1\text{A}\cos(2\pi 60t + 30°)$$

$$i_2(t) = 3\text{A}\cos(2\pi 60t + 60°)$$

Qual é a representação Fasorial de $i_1(t)$, $i_2(t)$ e $i_3(t)$?

$$I_1 = ?$$

$$I_2 = ?$$

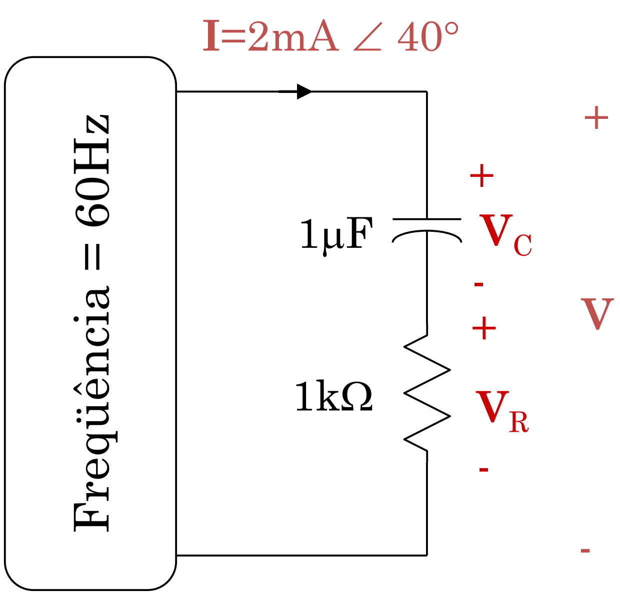
$$I_3 = I_1 + I_2 = ?$$

Qual é a expressão de $i_3(t)$?

Diagrama Fasorial

- Um diagrama fasorial é apenas um gráfico de vários fasores representados no plano complexo (usando os eixos real e imaginário)
- Um diagrama fasorial nos ajuda a visualizar as relações entre tensões e correntes em um circuito (suas amplitudes e defasagens)

- Exemplo:



$$\mathbf{I} = 2\text{mA} \angle 40°$$

$$\mathbf{V}_R = 2\text{V} \angle 40°$$

$$\mathbf{V}_C = 5.31\text{V} \angle -50°$$

$$\mathbf{V} = 5.67\text{V} \angle -29.37°$$

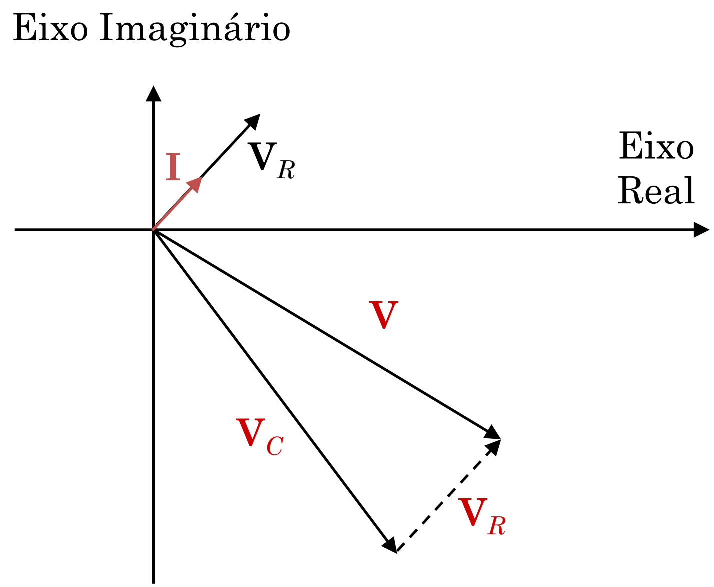
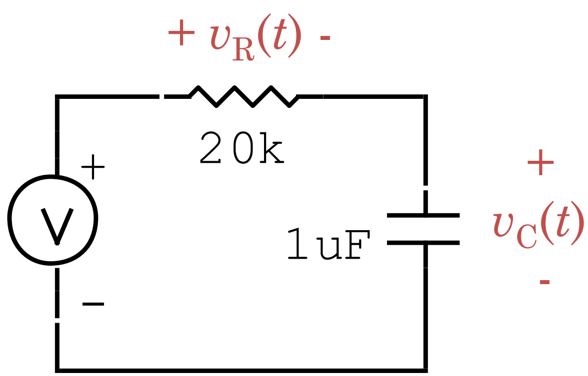


Diagrama Fasorial

Análise de Circuitos RLC usando os conceitos de Fasor e Impedância

- Obs.: Este método de análise somente é válido para excitações senoidais, estando o circuito em regime permanente
- Exemplo - Determine $v_c(t)$:

$V1(t)=10\cos(377t)$



$\Rightarrow$

FASORES

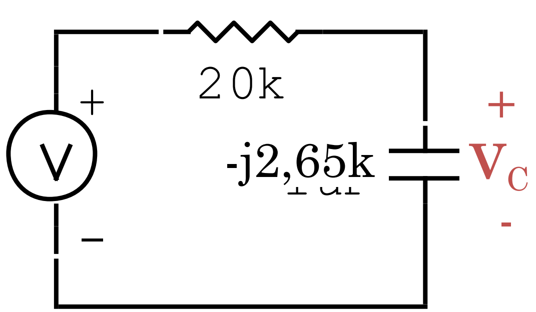
$\mathbf{V1} = 10\angle 0^o$

IMPEDÂNCIAS

$\mathbf{Z_R} = 20\text{k}\Omega$

$\mathbf{Z_C} = 1/(j377.1.10^{-6})$
$= -j2{,}65\text{k}\ \Omega$

$10\angle 0^o$



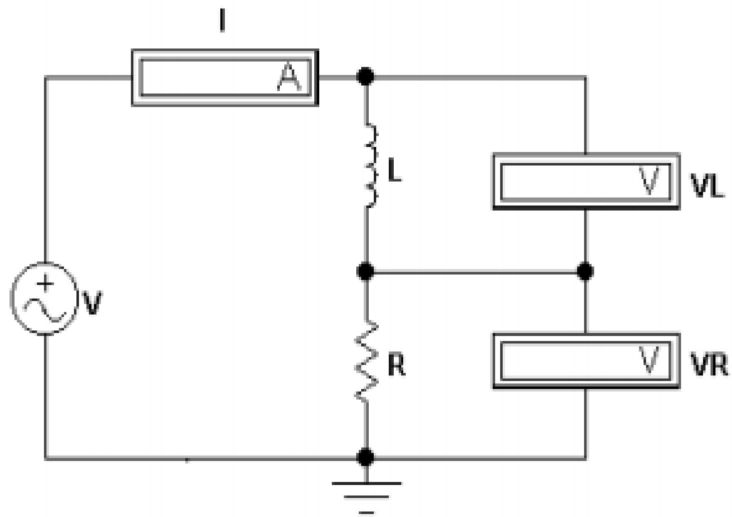
Divisor de Tensão

$$\mathbf{V}_C = 10\angle 0^\circ \frac{-j2{,}65\text{k}}{20\text{k}-j2{,}65\text{k}} = 10\angle 0^\circ \frac{2{,}65\text{k}\angle -90^\circ}{20{,}17\text{k}\angle -7{,}54^\circ}$$

$$\mathbf{V}_C = 1{,}31\angle -82{,}46^\circ \quad \Rightarrow \quad v_C(t) = 1{,}31\text{V}\cos\left(377t - 82{,}46^\circ\right)$$

CIRCUITO RL SÉRIE

Na prática um indutor apresenta uma resistência, e além disso podemos ter resistores em série com o indutor, neste caso a corrente continuará atrasada em relação a tensão, porém com um ângulo menor que 90°



Circuito RL série

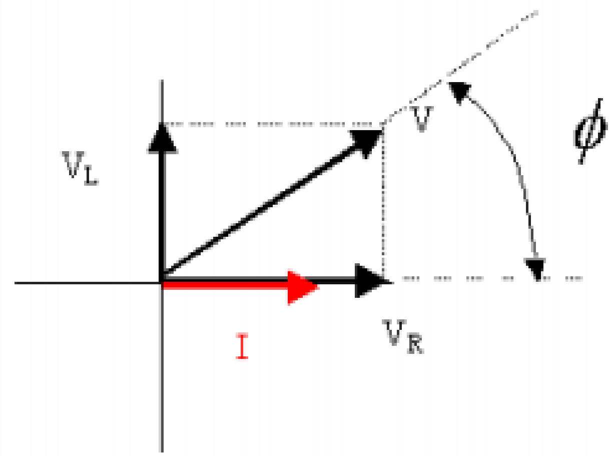


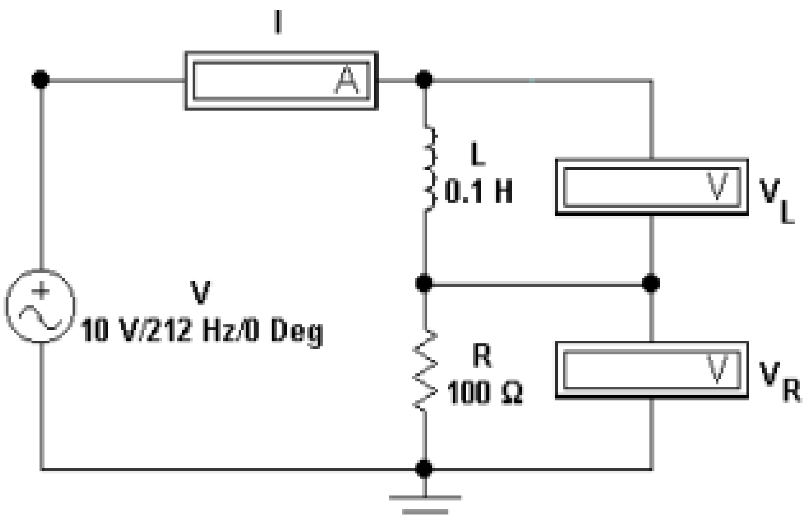
Diagrama fasorial

$$V = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$$ e $$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$ e $$\cos\varphi = \frac{R}{Z}$$

EXERCÍCIO

Para o circuito pede-se determinar:

a) Impedância
b) Corrente, tensão em R e em L
c) $\cos\phi$



Solução:

a) $X_L = 2.\pi.f.L = 6{,}28.212.0{,}1 = 133{,}2\Omega$ logo

$$Z = \sqrt{(133{,}2)^2 + (100)^2} = 166\Omega$$

b) $$I = \frac{V}{Z} = \frac{10V}{166\Omega} = 60mA$$

$$V_R = 100\Omega \; .0{,}06A = 6V$$

$$V_L = 133{,}1\Omega \; .0{,}06A = 8V$$

c) $\cos \Phi = 100 / 166 = 0{,}6 \Rightarrow \Phi = 53^o$

CIRCUITO RL PARALELO

No circuito RL paralelo, a tensão no gerador é a mesma no resistor e no indutor. Porém, a corrente fornecida pelo gerador é a soma vetorial das correntes no resistor e no indutor

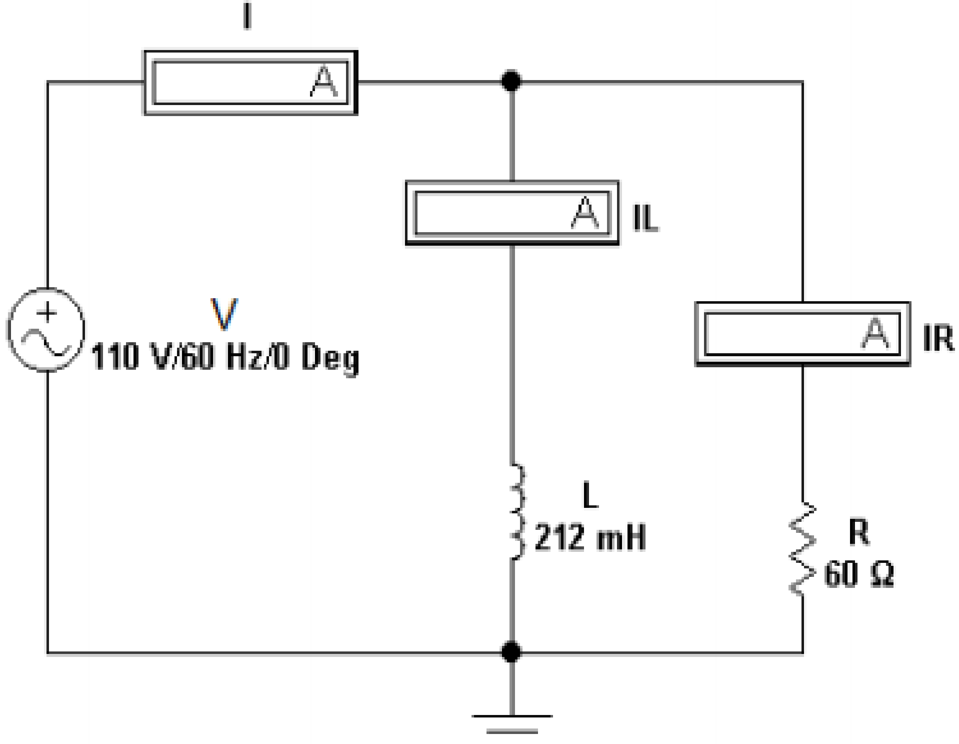
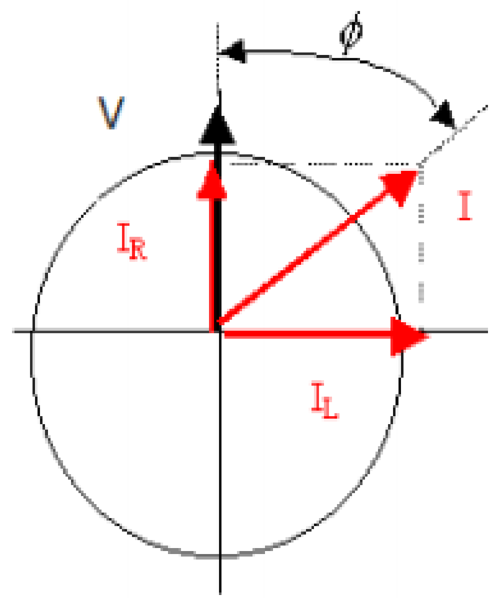


Diagrama Fasorial

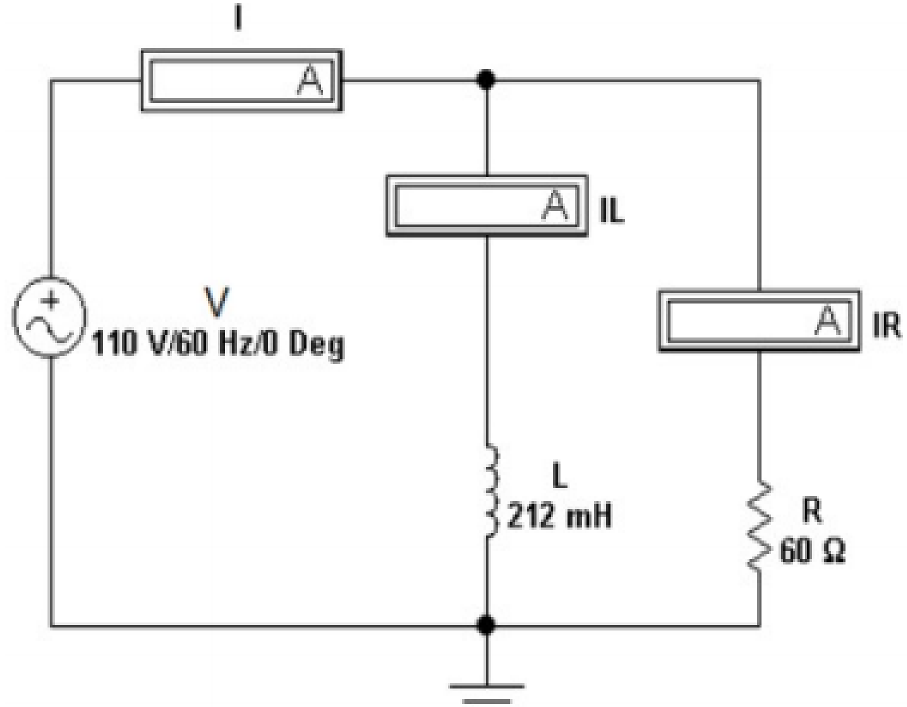


Para o circuito abaixo, determinar:

a)Impedância

b)Correntes

c)Ângulo de defasagem



Solução:

a) Calculemos primeiramente a reatância do indutor

$X_L = 2.\pi.f.L = 377.0{,}212 = 80$ Ohms

Como R = 60 Ohms

$$Z = \frac{60.80}{\sqrt{(80)^2 + (60)^2}} = 48\Omega$$

b) O valor da corrente total será portanto

I = V/R=110V/48 Ohms= 2,3A=3,24Ap

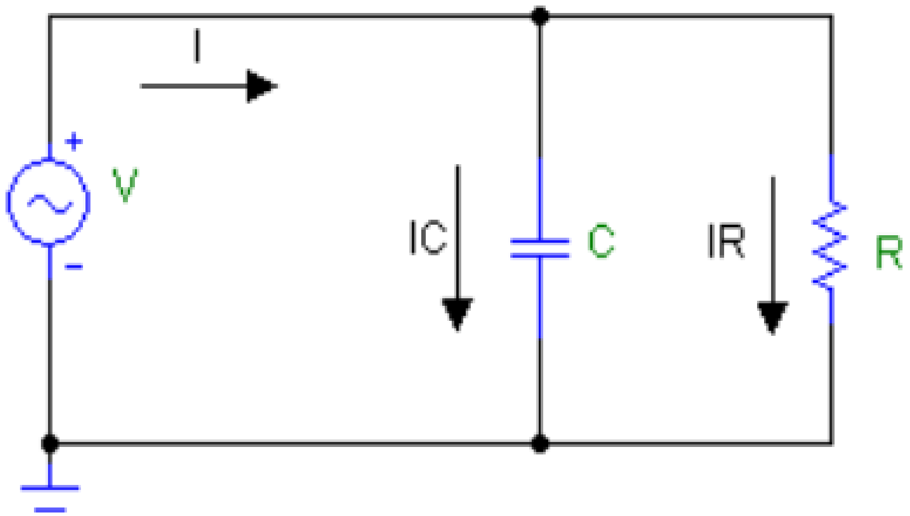
I_R = V/R =110V/60 Ohms=1,83=2,58Ap

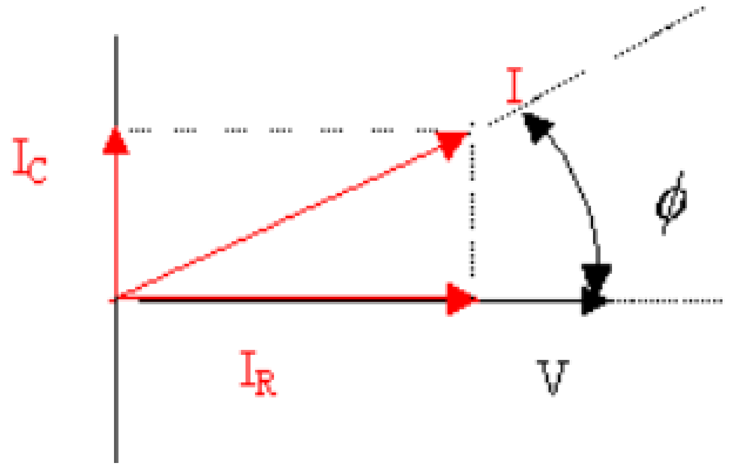
I_L=110V/80Ohms =1,37A = 1,9317Ap

c) $\cos \Phi = 48 / 60 = 0{,}8 \Rightarrow \Phi = 37°$

CIRCUITO RC PARALELO

No circuito **RC paralelo**, a tensão do gerador **(v)** é a mesma no resistor (**V_R**) e no capacitor (**V_c**), mas a corrente fornecida pelo gerador **(i)** é a soma vetorial das correntes no resistor **(i_R)** e no capacitor **(i_c)**.





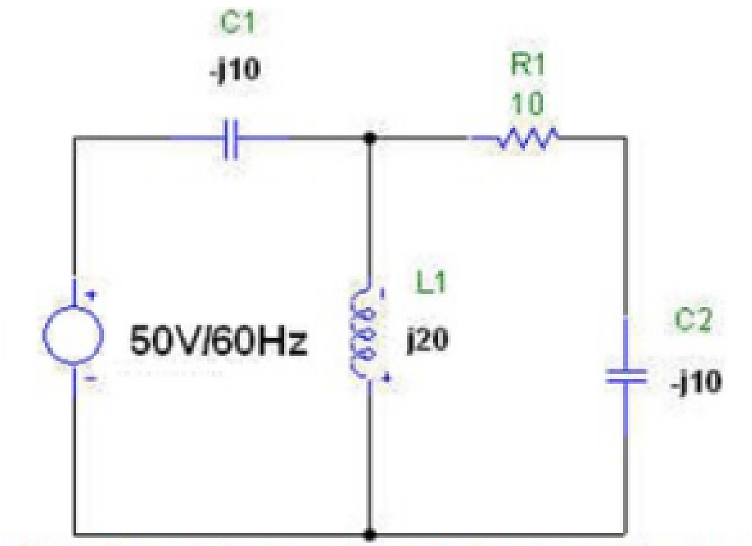
$$Z = \frac{X_C . R}{\sqrt{X_C^2 + R^2}}$$

$$\cos \phi = \frac{Z}{R}$$

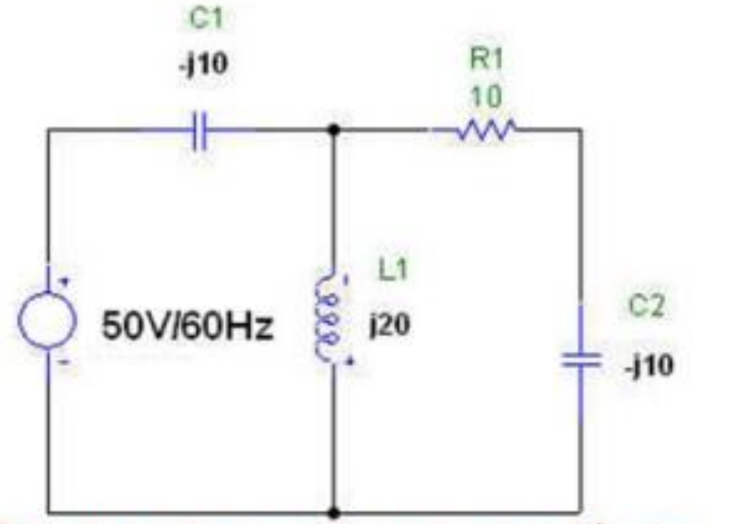
CIRCUITOS MISTOS

Para resolvermos um circuito misto devemos:

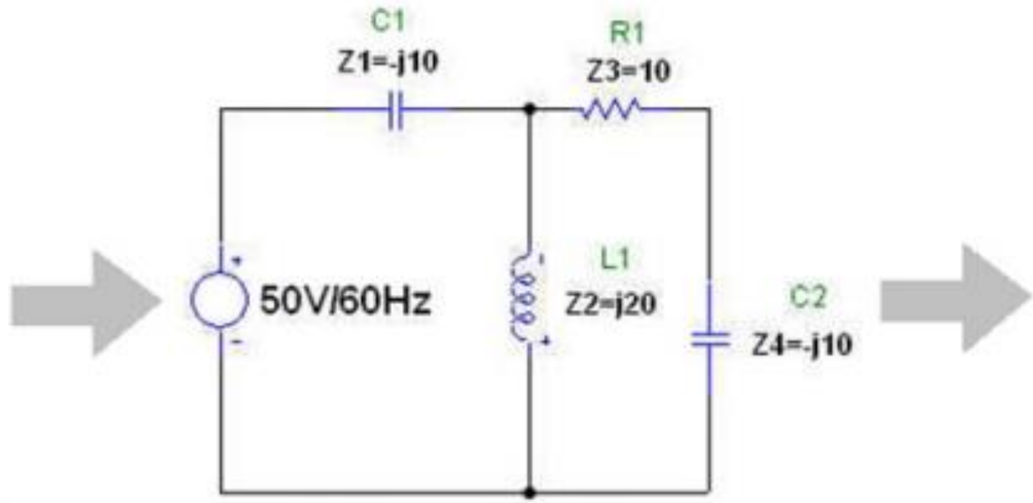
1. Calcular a impedância equivalente
2. Calcular todas as correntes e tensões



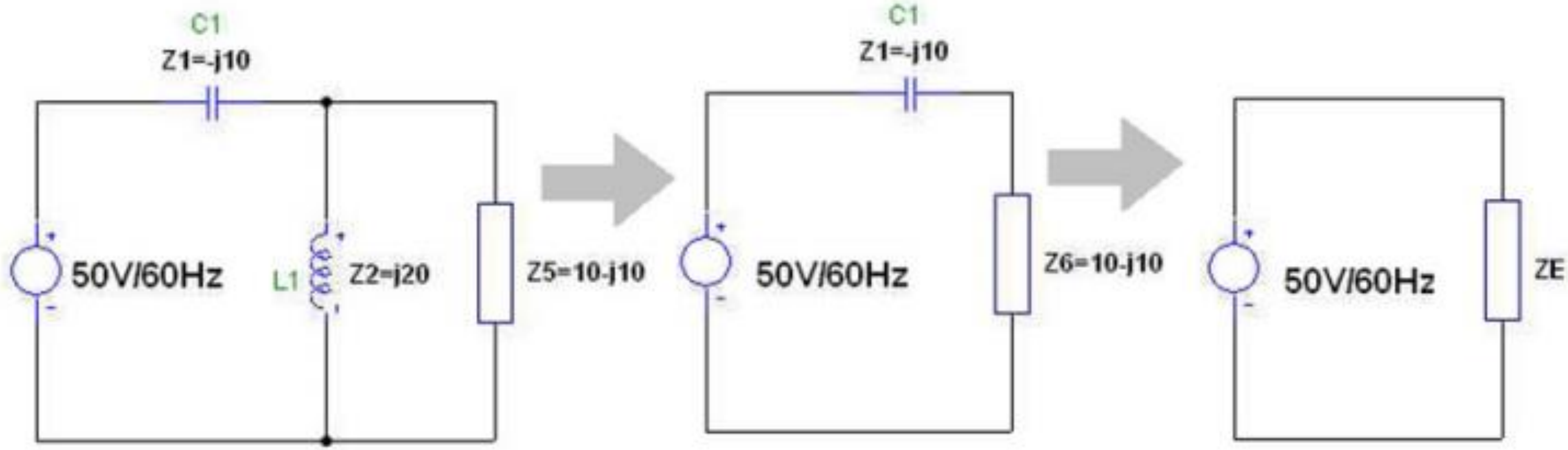
Trata-se de um procedimento semelhante ao adotado na análise de circuitos resistivos, somente que agora temos elementos reativos presentes, sendo necessário usar como ferramenta de análise os números complexos.



Circuito misto considerando as reatâncias



Nomeando as impedâncias



$Z6 = Z2 \,//\, Z5 = (Z2.Z5)/(Z2 + Z5) = (20\angle 90° \times 14{,}1\angle -45°)/(j20 + (10 - j10) =$

$= (282\angle 45°)/(10 + j10) = (282\angle 45°)/14{,}1\angle 45°) = 20\angle 0° = 20\ (\Omega)$

$Z_E = Z1 + Z6 = -j10 + 20 = 20 - j10 = 22{,}36\angle -26{,}5°(\Omega)$

$Z_E = 20 - j10 = 22{,}36\angle -26{,}5°(\Omega)$

Corrente de entrada (I_1)

$I1 = V/Z_E = (50\angle 0°)/(22{,}36\angle -26{,}5°) = 2{,}24\angle 26{,}5°\ (A)$

$U_6 = Z6.I1 = 20\angle 0° \times 2{,}24\angle 26.5°\ (V)$ e como $U_6 = U_2 = U_5$ então :

$I_2 = (44{,}8\angle 26{,}5°)/(20\angle 90°) = 2{,}24\angle -63{,}5°\ (A)$

$I_3 = (44{,}8\angle 26{,}5°)/(14{,}1\angle -45°) = 3{,}17\angle 71{,}5°\ (A)$

O Fator de potencia do circuito é: $FP = \cos\phi = \cos 26{,}5° = 0{,}895$

$P = U.\,I.\cos\phi = 50.2{,}24.\cos 26{,}5° = 100W$